

class 9 2024 soltion

01784261235



[Date]

HP

[Company address]

**প্রাত্যহিক জীবনে সেট**

প্রিয় শিক্ষার্থী, আমরা এই অংশে শুধুমাত্র প্রাত্যহিক জীবনে সেট অধ্যায়ে প্রদত্ত অনুশীলনীর সমাধান প্রদান করেছি। পাঠ্য বইয়ে প্রদত্ত ১-১১ পর্যন্ত গাণিতিক সমাধান এখানে দেয়া হয়েছে। এবং এই অধ্যায়ের আরও কিছু আলোচনা অংশের সমাধান বাকী রয়েছে যেমনঃ মাথা খাটাও, যাচাই করো, একক কাজ, জোড়ায় কাজ, ভেবে

দেখো, দলগত কাজ। এগুলো পর্যায়ক্রমে আপলোড করা হবে।

**১। তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো :**

**ক) A = {x ∈ N : –3 < x ≤ 5}**

সমাধানঃ

ক) A = {x ∈ N : –3 < x ≤ 5}

এখানে, N = {1, 2, 3, 4…………}

-3 থেকে বড় সংখ্যাগুলো হলোঃ -2,-1,0,1,2,3,4,5,6,……

5 এর সমান ও ছোট সংখ্যাগুলো হলোঃ 5,4,3,2,1,0,-1,-2,-3,………

অর্থাৎ,

–3 < x ≤ 5 শর্ত পূরণ করা সংখ্যাগুলো হলোঃ -2,-1,0,1,2,3,4,5

তাহলে, A={-2,-1,0,1,2,3,4,5} [Ans.]

**খ) B = {x ∈ Z : x মৌলিক সংখ্যা এবং x2 ≤ 50}**

সমাধানঃ

এখানে,

Z = পূর্ণ সংখ্যার সেট = {….-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5……}

মৌলিক সংখ্যাগুলো হলোঃ 2,3,5,7,11,13…….

এখন,

22 = 4 ≤ 50

32 = 9 ≤ 50

52 = 25 ≤ 50

72 = 49 ≤ 50

112 = 121 > 50

অতএব, B = {2,3,5,7} [Ans.]

**গ) C = {x ∈ Z : x4 < 264}**

সমাধানঃ

এখানে,

Z = পূর্ণ সংখ্যার সেট = {….-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5……}

এখন,

04 = 0 < 264

14 = 1 < 264

(-1)4= 1 < 264

24 = 16 < 264

(-2)4 = 16 < 264

(3)4 = 81 < 264

(-3)4 = 81 < 264

44 = 256 < 264

(-4)4 = 256 < 264

54 = 625 > 264

(-5)4 = 625 > 264

অতএব, C = {-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4} [Ans.]

এই পোস্টটি হলো প্রাত্যহিক জীবনে সেট অধায়ের অনুশীলনী ভিত্তিক সমাধান অংশ, ১-১১টি প্রশ্নের সমাধান এখানে দেয়া হয়েছে। চলুন এগিয়ে যাই।

**২। সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ করো :**

**ক) A = {1, 3, 5,…,101}**

সমাধানঃ

এখানে, A = {1, 3, 5,…,101}

অর্থাৎ, x এর মান সর্বনিন্ম 1 এবং সর্বোচ্চ 101 এবং এখানে সকল সংখ্যা স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা।

∴ A={x ∈ N : x, স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা যেখানে, 1≤x≤101} [Ans.]

**খ) B = {4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100}**

সমাধানঃ

এখানে,

B = {4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100}

   = {22,32,42,52,62,72,82,92,102}

তাহলে, x এর মানগুলো স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ এবং এই সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সর্বনিন্ম মান 2 এবং সর্বোচ্চ মান 10.

∴ A={x ∈ N : x, স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ যেখানে, 2≤N≤10} [Ans.]

**৩। যদি A = {1, 2, 3, 4, 5}, B = {0, 1, 3, 5, 6} এবং C = {1, 5, 6} হয়, তবে নিচের সেটগুলো নির্ণয় করো।**

**ক) A ∪ B**

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

A = {1, 2, 3, 4, 5}, B = {0, 1, 3, 5, 6}

∴ A ∪ B = {1,2,3,4,5} ∪ {0,1,3,5,6}

                = {0,1,2,3,4,5,6} [Ans.]

**খ) A ∩ C**

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

A = {1, 2, 3, 4, 5}, C = {1, 5, 6}

∴ A ∩ C = {1,2,3,4,5} ∩ {1, 5, 6}

                = {1,5} [Ans.]

**গ) B╲C**

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

B = {0, 1, 3, 5, 6}, C = {1, 5, 6}

∴ B╲C = {0, 1, 3, 5, 6} ╲ {1, 5, 6}

                = {0,3,} [Ans.]

**ঘ) A ∪ (B ∩ C)**

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

A = {1, 2, 3, 4, 5}, B = {0, 1, 3, 5, 6} এবং C = {1, 5, 6}

∴ B ∩ C

= {0, 1, 3, 5, 6} ∩ {1, 5, 6}

= {1,5,6}

∴ A ∪ (B ∩ C)

= {1, 2, 3, 4, 5} ∪ {1,5,6}

= {1,2,3,4,5,6} [Ans.]

**ঙ) A ∩ (B ∪ C)**

 সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

A = {1, 2, 3, 4, 5}, B = {0, 1, 3, 5, 6} এবং C = {1, 5, 6}

∴ B ∪ C

= {0, 1, 3, 5, 6} ∪ {1, 5, 6}

= {0,1,3,5,6}

∴ A ∩ (B ∪ C)

= {1, 2, 3, 4, 5} ∪ {0,1,3,5,6}

= {1,3,5} [Ans.]

**৪। যদি U = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {1, 3, 5, 7}, B ={0, 2, 4, 6} এবং C = {3, 4, 5, 6, 7} হয়, তবে নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে সত্যতা যাচাই করো :**

**ক) (A ∪ B)c = Ac ∩ Bc**

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

U = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {1, 3, 5, 7}, B ={0, 2, 4, 6} এবং C = {3, 4, 5, 6, 7}

এখন,

বামপক্ষ

= (A ∪ B)c

= U – (A ∪ B)

= U – ({1, 3, 5, 7} ∪ {0, 2, 4, 6})

= U – {0,1,2,3,4,5,6,7}

= {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} - {0,1,2,3,4,5,6,7}

= {8,9}

ডানপক্ষ

= Ac ∩ Bc

= (U –A) ∩ (U-B)

= ({0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} – {1, 3, 5, 7}) ∩ ({0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}-{0, 2, 4, 6})

= {0,2,4,6,8,9} ∩ {1,3,5,7,8,9}

= {8,9}

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ [সত্যতা যাচাই করা হলো]

**খ) (B ∩ C)c = Bc ∪ Cc**

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

U = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {1, 3, 5, 7}, B = {0, 2, 4, 6} এবং C = {3, 4, 5, 6, 7}

বামপক্ষ

= (B ∩ C)c

= U – (B ∩ C)

= U - ({0, 2, 4, 6} ∩ {3, 4, 5, 6, 7})

= U – {4,6}

= {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} - {4,6}

= {0,1,2,3,5,7,8,9}

ডানপক্ষ

= Bc ∪ Cc

= (U-B) ∪ (U-C)

= ({0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}-{0, 2, 4, 6}) ∪ ({0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}-{3, 4, 5, 6, 7})

= {1,3,5,7,8,9} ∪ {0,1,2,8,9}

= {0,1,2,3,5,7,8,9}

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ [সত্যতা যাচাই করা হলো]

**গ) (A ∪ B) ∩ C = (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)**

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

A = {1, 3, 5, 7}, B = {0, 2, 4, 6} এবং C = {3, 4, 5, 6, 7}

বামপক্ষ

= (A ∪ B) ∩ C

= ({1, 3, 5, 7} ∪ {0, 2, 4, 6}) ∩ {3, 4, 5, 6, 7}

= {0,1,2,3,4,5,6,7} ∩ {3, 4, 5, 6, 7}

= {3,4,5,6,7}

ডানপক্ষ

= (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)

= ({1, 3, 5, 7} ∩ {3, 4, 5, 6, 7}) ∪ ({0, 2, 4, 6} ∩ {3, 4, 5, 6, 7})

= {3,5,7} ∪ {4,6}

= {3,4,5,6,7}

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ [সত্যতা যাচাই করা হলো]

**ঘ) (A ∩ B) ∪ C = (A ∪ C) ∩ (B ∪ C)**

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

A = {1, 3, 5, 7}, B = {0, 2, 4, 6} এবং C = {3, 4, 5, 6, 7}

বামপক্ষ

= (A ∩ B) ∪ C

= ({1, 3, 5, 7} ∩ {0, 2, 4, 6}) ∪ {3, 4, 5, 6, 7}

= ∅ ∪ {3, 4, 5, 6, 7}

= {3,4,5,6,7}

ডানপক্ষ

= (A ∪ C) ∩ (B ∪ C)

= ({1, 3, 5, 7} ∪ {3, 4, 5, 6, 7}) ∩ ({0, 2, 4, 6} ∪ {3, 4, 5, 6, 7})

= {1,3,4,5,6,7} ∩ {0,2,3,4,5,6,7}

= {3,4,5,6,7}

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ [সত্যতা যাচাই করা হলো]

**৫। মান নির্ণয় করো:**

**ক) N ∩ 2N**

**খ) N ∩ A**

**গ) 2N ∩ P**

**যেখানে, N সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, 2N সকল ধনাত্মক জোড় সংখ্যার সেট, A সকল বিজোড় সংখ্যার সেট, P সকল মৌলিক সংখ্যার সেট।**

সমাধানঃ

প্রশ্নমতে,

N = {1,2,3,4,5,6……..}

2N = {2,4,6,8,10……}

A = {……-7,-5,-3,-1,1,3,5,7….}

P = {…..-3,-2,-1,0,1,2,3……}

তাহলে,

ক) N ∩ 2N

= {1,2,3,4,5,6……..} ∩ {2,4,6,8,10……}

= {2,4,6,8,10……} [Ans.]

খ) N ∩ A

= {1,2,3,4,5,6……..} ∩ {……-7,-5,-3,-1,1,3,5,7….}

= {1,3,5,7,………} [Ans.]

গ) 2N ∩ P

= {2,4,6,8,10……} ∩ {…..-3,-2,-1,0,1,2,3……}

= {2,4,6,8,10……} [Ans.]

**৬। ধরি U সকল ত্রিভুজের সেট হয় এবং A সকল সমকোণী ত্রিভুজের সেট। তাহলে সেট Ac বর্ণনা করো।**

সমাধানঃ

প্রশ্নমতে,

U = সকল ত্রিভুজের সেট

A = সকল সমকোণী ত্রিভুজের সেট

   = সেইসকল ত্রিভুজের সেট যেসকল ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ

∴ Ac = সেইসকল ত্রিভুজের সেট যেসকল ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ নয়

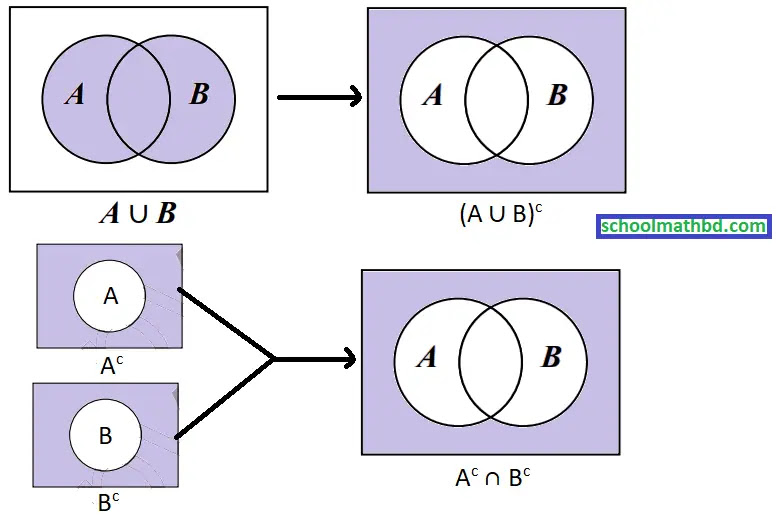
      = সকল সূক্ষ্মকোণী ও স্থূলকোণী ত্রিভুজের সেট।

**৭। ভেন চিত্রের মাধ্যমে দেখাও যে, যে কোনো সেট A, B, C এর জন্য**

**ক) (A ∪ B)c = Ac ∩ Bc**

সমাধানঃ

যে কোনো সেট A, B এর জন্য (A ∪ B)c ও Ac ∩ Bc এর ভেন চিত্র নিচে দেওয়া হলোঃ

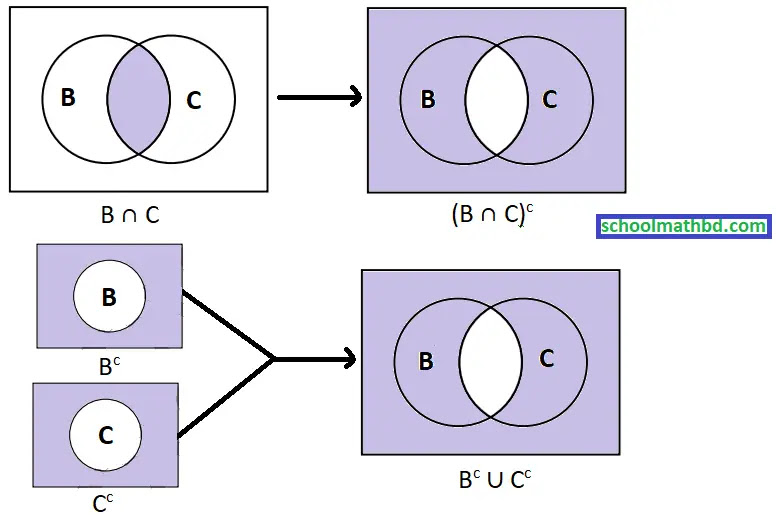


অর্থাৎ, ভেনচিত্র হতে পাই, (A ∪ B)c = Ac ∩ Bc

**খ) (B ∩ C)c = Bc ∪ Cc**

সমাধানঃ

যে কোনো সেট B, C এর জন্য (B ∩ C)c ও Bc ∪ Cc এর ভেন চিত্র নিচে দেওয়া হলোঃ

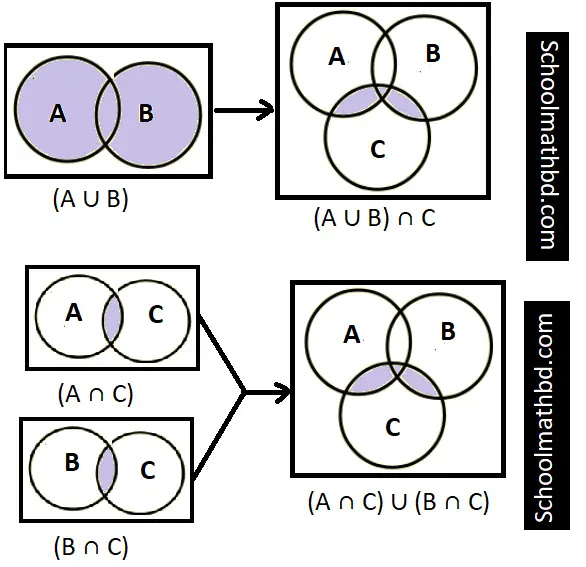


অর্থাৎ, ভেনচিত্র হতে পাই, (B ∩ C)c = Bc ∪ Cc

**গ) (A ∪ B) ∩ C = (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)**

সমাধানঃ

যে কোনো সেট A, B, C এর জন্য (A ∪ B) ∩ C ও (A ∩ C) ∪ (B ∩ C) এর ভেন চিত্র নিচে দেওয়া হলোঃ

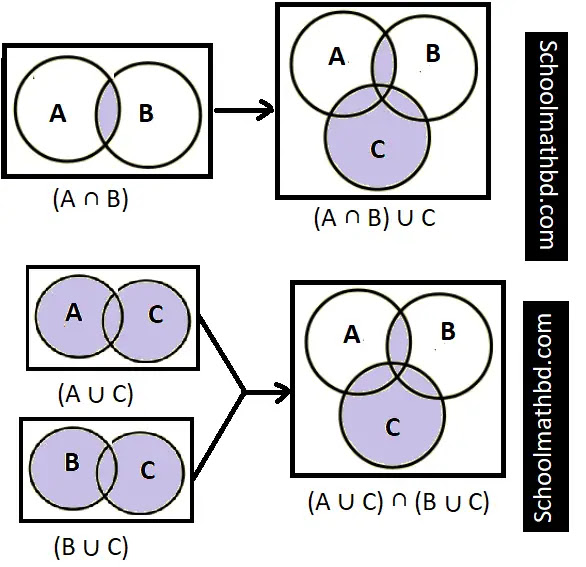


অর্থাৎ, ভেনচিত্র হতে পাই, (A ∪ B) ∩ C = (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)

**ঘ) (A ∩ B) ∪ C = (A ∪ C) ∩ (B ∪ C)**

সমাধানঃ

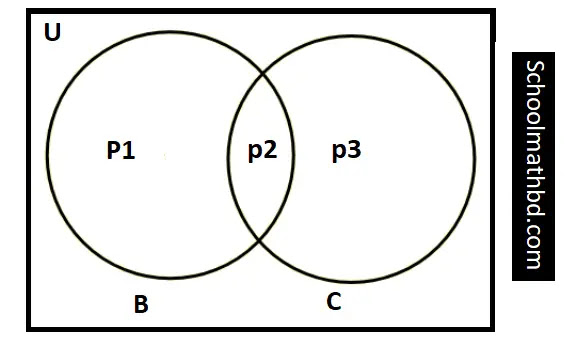
যে কোনো সেট A, B, C এর জন্য (A ∩ B) ∪ C ও (A ∪ C) ∩ (B ∪ C) এর ভেন চিত্র নিচে দেওয়া হলোঃ



অর্থাৎ, ভেনচিত্র হতে পাই, (A ∩ B) ∪ C ও (A ∪ C) ∩ (B ∪ C)

**৮। কোনো শ্রেণির 40 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 25 জন পাখি পছন্দ করে এবং 15 জন বিড়াল পছন্দ করে। পাখি ও বিড়াল দুটি প্রাণীই পছন্দ করে এরূপ শিক্ষার্থীর সংখ্যা 10 জন। কতজন শিক্ষার্থী পাখি ও বিড়াল কোনোটিই পছন্দ করে না তা ভেন চিত্রের সাহায্যে নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ



ভেন চিত্রে,

40 জন শিক্ষার্থীর সেট U আয়তক্ষেত্র দ্বারা নির্দেশ করি।

25 জন শিক্ষার্থী যারা পাখি পছন্দ করে তাদের সেট B বৃত্তক্ষেত্র দ্বারা নির্দেশ করি।

15 জন শিক্ষার্থী যারা বিড়াল পছন্দ করে তাদের  সেট C বৃত্তক্ষেত্র দ্বারা নির্দেশ করি।

চিত্র অনুসারে,

পাখি ও বিড়াল দুইটিই পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা p2 = 10 জন।

শুধু পাখি পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা p1 = B – p2 = 25 – 10 = 15 জন।

শুধু বিড়াল পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা p3 = C – p2 = 15 – 10 = 5 জন।

∴ শুধু পাখি+উভয়+শুধু বিড়াল পছন্দ করে p1+p2+p3 = 15+10+5 = 30 জন।

তাহলে,

পাখি বা বিড়াল এর কোনটিই পছন্দ করে না এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা = U – (p1+p2+p3) = 40 – 30 = 10 জন।

∴ নির্নেয় উত্তরঃ 10 জন।

প্রাত্যহিক জীবনে সেট এর অনুশীলনীর সমাধান অর্থাৎ ৯ম শ্রেণির নতুন কারিকুলামের ১ম অধ্যায়ের অনুশীলনীর সকল প্রশ্নের পূর্ণাঙ্গ সমাধান প্রদান করা হয়েছে এখানে, সাথে চলার জন্য ধন্যবাদ। ১০০% সঠিক সমাধানে সচেষ্ট আমরা সর্বদা, চল এগিয়ে যাই।

**৯। যদি P = {a, b}, Q = {0, 1, 2} এবং R = {0, 1, a} হয়, তবে নিচের রাশিগুলোর মান নির্ণয় করো।**

**ক) P × Q, P × P, Q × Q, Q × P এবং P × ∅**

সমাধানঃ

P × Q

= {a,b}×{0,1,2}

={(a,0),(a,1),(a,2),(b,0),(b,1),(b,2)}

P × P

={a,b}×{a,b}

={(a,a),(a,b),(b,a),(b,b)}

Q × Q

={0,1,2}×{0,1,2}

={(0,0),(0,1),(0,2),(1,0),(1,1),(1,2),(2,0),(2,1),(2,2)}

Q × P

={0,1,2}×{a,b}

={(0,a),(a,b),(1,a),(1,b),(2,a),(2,b)}

এবং

P × ∅

= ∅

**খ) (P × Q) ∩ ( P × R)**

সমাধানঃ

(P × Q) ∩ ( P × R)

= ({a,b}×{0,1,2}) ∩ ({a,b}×{0,1,a})

={(a,0),(a,1),(a,2),(b,0),(b,1),(b,2)} ∩ {(a,0),(a,1),(a,a),(b,0),(b,1),(b,a)}

= {(a,0),(a,1),(b,0),(b,1)}

**গ) P × (Q ∩ R)**

সমাধনঃ

P × (Q ∩ R)

= {a,b} × ({0,1,2} ∩ {0,1,a})

= {a,b} × {0,1}

= {(a,0),(a,1),(b,0),(b,1)}

**ঘ) (P × Q) ∩ R**

সমাধানঃ

(P × Q) ∩ R

=({a,b}×{0,1,2}) ∩ {0,1,a}

= {(a,0),(a,1),(a,2),(b,0),(b,1),(b,2)} ∩ {0,1,a}

= ∅

**ঙ) n(P × Q), n(Q × Q)**

সমাধানঃ

P × Q

= {a,b}×{0,1,2}

={(a,0),(a,1),(a,2),(b,0),(b,1),(b,2)}

এখানে, P × Q এর উপাদান সংখ্যা 6 টি।

∴ n(P × Q) = 6

আবার,

Q × Q

={0,1,2}×{0,1,2}

={(0,0),(0,1),(0,2),(1,0),(1,1),(1,2),(2,0),(2,1),(2,2)}

এখানে, Q × Q এর উপাদান সংখ্যা 9 টি।

∴ n(Q × Q) = 9

**চ) (গ) এবং (ঘ) এর সমতার বিষয়ে তোমার যুক্তি উপস্থাপন করো।**

সমাধানঃ

সমাধান পরে দেয়া হবে।

**১০। P = {0, 1, 2, 3}, Q = {1, 3, 4} এবং R = P ∩ Q হলে,**

**(i) P × R এবং R × Q নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

P = {0, 1, 2, 3}, Q = {1, 3, 4} এবং R = P ∩ Q

এখন,

R

= P ∩ Q

= {0, 1, 2, 3} ∩ Q {1, 3, 4}

= {1,3}

∴ P × R

= {0, 1, 2, 3} × {1,3}

= {(0,1),(0,3),(1,1),(1,3),(2,1),(2,3),(3,1),(3,3)}

এবং R × Q

= {1,3} × {1, 3, 4}

= {(1,1),(1,3),(1,4),(3,1),(3,3),(3,4)}

**(ii) n(P × R) এবং n(R × Q) এর মান বের করো।**

সমাধানঃ

(i) নং হতে পাই,

P × R এর গুণফলে উপাদান সংখ্যা 8টি

এবং R × Q এর গুণফলে উপাদান সংখ্যা 6টি

তাহলে,

n(P × R) = 8 এবং n(R × Q) = 6

**১১। যদি P × Q = {(0, a ), (1, c), (2, b)} হয়, তবে P এবং Q নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

দেওয়া আছে, P × Q = {(0, a ), (1, c), (2, b)}

এখানে,

P × Q এর উপাদানগুলোর ১ম রাশিগুলো হলোঃ 0,1,2 এবং ২য় রাশিগুলো হলোঃ a,c,b

তাহলে, P = {0,1,2} এবং Q = {a,c,b}

বিঃদ্রঃ এই হিসেবে P = {0,1,2} এবং Q = {a,c,b} হতে হলে P × Q = {(0,a),(0,c),(0,b),(1,a),(1,c),(1,b),(2,a),(2,c),(2,b)} হবে। [আশা করি পরে আরও বিশদে এই সমস্যা নিয়ে আলোচনা করা হবে]

**অনুক্রম ও ধারা**

এটা হলো নবম শ্রেণির গণিতের নতুন কারিকুলামের দ্বিতীয় অধ্যায় যার নাম রাখা হয়েছে অনুক্রম ও ধারা। এই অংশে আমরা অনুশীলনীর ১-৪ পর্যন্ত সমাধান করব এবং পরের পোস্টে বাকী সমাধান করব। এখানে আমরা শিখব-

1. সমান্তর অনুক্রম
2. গুণোত্তর অনুক্রম
3. ফিবোনাচ্চি অনুক্রম
4. সমান্তর ধারা
5. গুণোত্তর ধারা

তাহলে চল শুরু করি, তোমার মতামত অবশ্যই জানাবে।

**১. নিচের অনুক্রমগুলো সমান্তর, গুণোত্তর, ফিবোনাচ্চি নাকি কোনোটিই নয়? কেন? সাধারণ পদ নির্ণয়সহ ব্যাখ্যা করো।**

**(i) 2, 5, 10, 17,……**

সমাধানঃ

এটি সমান্তর নয় কারণ এর সাধারণ অন্তর ভিন্ন ভিন্ন।

যেমনঃ

২য় পদ – ১ম পদ = 5 – 2 = 3

৩য় পদ – ২য় পদ = 10 – 5 = 5

আবার,

এটি গুণোত্তর নয় কারণ এর সাধারণ অনুপাত ভিন্ন ভিন্ন।

যেমনঃ

২য় পদ ÷ ১ম পদ = 5 ÷ 2 = 2.5

৩য় পদ ÷ ২য় পদ = 10 ÷ 5 = 2

এটি ফিবোনাচ্চি নয় কারণ এর পরবর্তী যে কোনো পদ পূর্ববর্বর্তী দুটি পদের সমষ্টির সমান নয়।

যেমনঃ

১ম পদ + ২য় পদ = 2+5 ≠ 10 (৩য় পদ);

২য় পদ + ৩য় পদ = 5+10 ≠ 17 (৪র্থ পদ)

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

লক্ষ করি,

প্রদত্ত অনুক্রমঃ  2,     5,     10,     17,……

১ম পার্থক্যঃ           3      5      7

২য় পার্থক্যঃ              2       2

এখান থেকে লিখতে পারি,

(৩য় পদ – ২য় পদ) + 2 + ৩য় পদ = ৪র্থ পদ

বা, ২×৩য় পদ – ২য় পদ + 2 = ৪র্থ পদ

বা, 2.a3– a2 + 2 = a4

বা, an = 2an-1 – an-2 + 2 [নির্নেয় সাধারন পদ]

**(ii) 2, 7, 12, 17,……**

সমাধানঃ

এটি সমান্তর কারণ এর সাধারণ অন্তর অভিন্ন।

যেমনঃ

২য় পদ – ১ম পদ = 7 – 2 = 5

৩য় পদ – ২য় পদ = 12 – 7 = 5

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

এখানে,

১ম পদ a, সাধারণ অন্তর d হলে সমান্তান্তর অনুক্রমের বীজগণিতীয় রূপঃ a, a+d, a+2d, a+3d,…

এই অনুসারে, nতম পদ, an = a+(n-1)d = 2+(n-1)5 [নির্নেয় সাধারণ পদ]

**(iii) -12, 24, -48, 96,……**

সমাধানঃ

এটি গুণোন্তর কারণ এর সাধারণ অনুপাত অভিন্ন।

যেমনঃ

২য় পদ ÷ ১ম পদ = 24 ÷ (-12) = -2

৩য় পদ ÷ ২য় পদ = (-48) ÷ 24 = -2

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

এখানে,

১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হলে গুণোন্তর অনুক্রমের বীজগণিতীয় রূপঃ a, ar, ar2, ar3,…

এই অনুসারে, nতম পদ, an = arn-1= -12.(-2)n-1 [নির্নেয় সাধারণ পদ]

**(iv) 13, 21, 34, 55,……**

সমাধানঃ

এটি ফিবোনাচ্চি কারণ এর পরবর্তী যে কোনো পদ পূর্ববর্বর্তী দুটি পদের সমষ্টির সমান।

যেমনঃ

৩য় পদ = ১ম পদ + ২য় পদ = ১৩+২১ = ৩৪

৪র্থ পদ = ২য় পদ + ৩য় পদ = ২১+৩৪ = ৫৫

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

পদ কে F দ্বারা চিহ্নিত করলে, সুত্রমতে n তম পদ, Fn = Fn-1 + Fn-2 [নির্ণেয় সাধারন পদ]

**(v) 5, -3, 9/5, -27/25,……**

সমাধানঃ

এটি গুণোন্তর কারণ এর সাধারণ অনুপাত অভিন্ন।

যেমনঃ

২য় পদ ÷ ১ম পদ = (-3) ÷ 5 = -3/5

৩য় পদ ÷ ২য় পদ = 9/5 ÷ (-3) = -3/5

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

এখানে,

১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হলে গুণোন্তর অনুক্রমের বীজগণিতীয় রূপঃ a, ar, ar2, ar3,…

এই অনুসারে, nতম পদ, an = arn-1= 5.(-3/5)n-1 [নির্নেয় সাধারণ পদ]

**(vi) 1/3 , 2/3 , 4/3 , 8/3 ,…**

সমাধানঃ

এটি গুণোন্তর কারণ এর সাধারণ অনুপাত অভিন্ন।

যেমনঃ

২য় পদ ÷ ১ম পদ = 2/3 ÷ 1/3 = 2

৩য় পদ ÷ ২য় পদ = 4/3 ÷ 2/3 = 2

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

এখানে,

১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হলে গুণোন্তর অনুক্রমের বীজগণিতীয় রূপঃ a, ar, ar2, ar3,…

এই অনুসারে, nতম পদ, an = arn-1= 1/3.2n-1 [নির্নেয় সাধারণ পদ]

**২. নিচের অনুক্রমগুলোর শূন্যস্থান পূরণ করো।**

**(i) 2, 9, 16, \_\_\_\_,\_\_\_\_, 37,\_\_\_\_.**

**(ii) -35, \_\_\_\_, \_\_\_\_, -5, 5, \_\_\_\_.**

**(iii) \_\_\_\_,\_\_\_\_, \_\_\_\_, 5, -4,\_\_\_\_.**

**(iv) \_\_\_\_, 10x2 , 50x3 ,\_\_\_\_, \_\_\_\_,**

সমাধানঃ

(i) 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44.

[Hint: an = a+(n-1)d সূত্রমতে]

(ii) -35, -25, -15, -5, 5, 15.

[Hint: an = a+(n-1)d সূত্রমতে]

(iii) 32, 23, 14, 5, -4, -13.

[Hint: an = a+(n-1)d সূত্রমতে]

(iv) 2x, 10x2 , 50x3 ,250x3, 1250x4,

[Hint: an = arn-1 সূত্রমতে]

**৩. ছকের খালি ঘরগুলো পূরণ করো।**

[বিদ্রঃ আমরা এই ছকেই সমাধানের ফল দ্বারা খালি ঘরগুলো পূরণ করে দিয়েছি, আর নিন্মে সমাধানের পদ্ধতি বিস্তারিত দেয়া হয়েছে।]

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ক্রমিক নং | ১ম পদ a | সাধারণ অন্তর d | পদসংখ্যা n | nতম পদ an | Sn |
| i. | 2 | 5 | 10 | 47 | 245 |
| ii. | -37 | 4 | 10 | -1 | -190 |
| iii. | 29 | -4 | 14 | -23 | 42 |
| iv. | 34 | -2 | 13 | 10 | 286 |
| v. | ¾ | ½ | 15 | 31/4 | 255 |
| vi. | 9 | -2 | 18 | -25 | -144 |
| vii. | 7 | 7/3 | 13 | 35 | 1820/3 |
| viii. | -4 | 7 | 25 | 164 | 2000 |
| ix. | 8 | -¾ | 15 | -5/2 | 165/4 |
| x. | 2 | 2 | 50 | 100 | 2550 |

সমাধানঃ

i.

nতম পদ an = a + (n - 1)d = 2 + (10-1)5 = 2 + 9×5 = 2 + 45 = 47

সমষ্টি Sn = ½.n{2a + (n - 1)d} = ½×10{2×2+(10-1)5} = 5(4+9×5) = 5×49 = 245

ii.

[বিদ্রঃ পাঠ্যবইয়ে Sn এর মান -180 দেওয়া আছে, আমরা যাচাই বাছাই করে পেয়েছি এটা -190 হলে গ্রহণযোগ্য হয় এবং সেই অনুসারে সমাধান দেয়া হলো। তোমাদের মতামত থাকলে আমাদের জানিও।]

আমরা জানি,

Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, 2Sn = n{2a + (n - 1)d}

বা, 2×-190 = n{2.-37 + (n - 1)4} [মান বসিয়ে]

বা, -380 = n(-74+4n-4)

বা, -380 = -74n+4n2-4n

বা, -190 = -37n+2n2-2n

বা, -190 = -39n+2n2

বা, -39n+2n2+190 = 0

বা, 2n2-39n +190 = 0

বা, 2n2-20n-19n +190 = 0

বা, 2n(n-10)-19(n-10)=0

বা, (2n-19)(n-10)=0

বা, 2n=19 অথবা, n=10

বা, n=9.5 [n এর মান ভগ্নাংশ হতে পারে না]

তাহলে, n=10

আবার,

সূত্রমতে,

an = a + (n - 1)d

বা, an = -37 + (10-1)4 [মান বসিয়ে]

বা, an = -37 + 9×4

বা, an = -37 + 36

বা, an = -1

iii.

আমরা জানি,

an = a + (n - 1)d

বা, -23 = 29 + (n - 1)×(-4) [মান বসিয়ে]

বা, -23 = 29 -4n+4

বা, 4n = -23-29-4

বা, 4n = -56

বা, n =-56/4 = 14

আবার,

আমরা জানি,

Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, Sn =½.14{2×29 + (14 - 1)(-4)} [মান বসিয়ে]

বা, Sn =7{58 + 13(-4)}

বা, Sn =7(58-52)

বা, Sn =7×6

বা, Sn =42

iv.

আমরা জানি,

an = a + (n - 1)d

বা, 10 = a + (13-1)(-2) [মান বসিয়ে]

বা, 10 = a + 12×(-2)

বা, 10 = a – 24

বা, a = 10 + 24

বা, a = 34

আবার,

আমরা জানি,

Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, Sn = ½.13{2×34 + (13 - 1)(-2)} [মান বসিয়ে]

বা, Sn = ½.13{68 + 12(-2)}

বা, Sn = ½.13{68 - 24}

বা, Sn = ½.13×44

বা, Sn = 286

v.

আমরা জানি,

an = a + (n - 1)d

বা, 31/4 = ¾ + (n-1)½ [মান বসিয়ে]

বা, 31 = 3 + (n-1).2 [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

বা, 31 = 3 + 2n – 2

বা, 31 = 2n + 1

বা, 2n = 31-1

বা, 2n = 30

বা, n = 15

আবার,

Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, Sn = ½.15{2×3/4 + (15 - 1)½}

বা, Sn = ½.15{3/2 + (14)½}

বা, Sn = ½.15{3/2 + 14/2}

বা, Sn = ½.15{17/2}

বা, Sn = 255

vi.

আমরা জানি,

Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, 2Sn = n{2a + (n - 1)d}

বা, 2×-144 = n{2×9 + (n - 1)(-2)} [মান বসিয়ে]

বা, -288 = n(18-2n+2)

বা, -288 = 18n-2n2+2n

বা, -288 = 20n-2n2

বা, 20n-2n2+288 = 0

বা, -2n2+20n +288 = 0

বা, 2n2-20n-288 = 0

বা, n2-10n-144 = 0

বা, n2-10n-144 = 0

বা, n2-18n+8n-144 = 0

বা, n(n-18)+8(n-18)=0

বা, (n-18)(n+8)=0

বা, n=18 অথবা, n=-8 [গ্রহনযোগ্য নয়]

তাহলে, n=18

আবার,

an = a + (n - 1)d

বা, an = 9 + (18-1)(-2) [মান বসিয়ে]

বা, an = 9 + 17(-2)

বা, an = 9 - 34

বা, an = -25

vii.

আমরা জানি,

an = a + (n - 1)d

বা, 35 = 7 + (13 - 1)d [মান বসিয়ে]

বা, 35 = 7 +12d

বা, 12d = 35-7

বা, 12d = 28

বা, d = 28/12 = 7/3

আবার,

Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, Sn = ½.13{2×7 + (35 - 1)7/3} [মান বসিয়ে]

বা, Sn = ½.13{14 + (34)×7/3}

বা, Sn = ½.13(14 + 238/3)

বা, Sn = ½.13(42/3 + 238/3)

বা, Sn = ½.13(280/3)

বা, Sn = 3640/6

বা, Sn = 1820/3

viii.

আমরা জানি,

Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, 2000 = ½.25{2a + (25 - 1)7} [মান বসিয়ে]

বা, 2000 = ½.25(2a + 24×7)

বা, 2000 = ½.25(2a + 168)

বা, (2a + 168) = 2000×2/25

বা, 2a+168 = 160

বা, 2a = 160-168

বা, 2a = -8

বা, a = -4

আবার,

an = a + (n - 1)d

an = -4 + (25 - 1)7 [মান বসিয়ে]

an = -4 + 24×7

an = -4 + 168

an = 164

ix.

আমরা জানি,

Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, 165/4 = ½.15{2a + (15 - 1)(-¾)} [মান বসিয়ে]

বা, 165/4 = ½.15{2a + 14×(-¾)}

বা, 165/4 = ½.15(2a – 21/2)

বা, ½.15(2a – 21/2) = 165/4

বা, (2a – 21/2) = 11/2

বা, 2a = 11/2+ 21/2

বা, 2a = 32/2

বা, a = 32/4

বা, a = 8

আবার,

an = a + (n - 1)d

an = 8 + (15 - 1)(-¾) [মান বসিয়ে]

an = 8 + 14×(-¾)

an = 8 – 21/2

an = 16/2– 21/2

an = -5/2

x.

আমরা জানি,

Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, 2Sn = n{2a + (n - 1)d}

বা, 2×2550 = n{2.2 + (n - 1)2} [মান বসিয়ে]

বা, 5100 = n(4+2n-2)

বা, 5100 = 4n+2n2-2n

বা, 5100 = 2n+2n2

বা, 2550 = n+n2

বা, n+n2+2550 = 0

বা, n2+n +2550 = 0

বা, n2+51n-50n +2550 = 0

বা, n(n+51)-50(n+51)=0

বা, (n+51)(n-50)=0

বা, n=50 অথবা, n=-51 [গ্রহনযোগ্য নয়]

তাহলে, n=50

আবার,

an = a + (n - 1)d

বা, an = 2 + (50-1)2 [মান বসিয়ে]

বা, an = 2 + 49×2

বা, an = 2 + 98

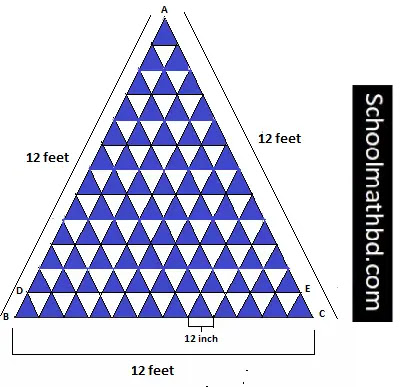
বা, an = 100

**৪. তোমার পড়ার ঘরের মেঝেতে তুমি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতির একটি মোজাইক করতে চাও, যার বাহুর দৈর্ঘ্য 12 ফুট। মোজাইকে সাদা ও নীল রঙের টাইলস থাকবে। প্রতিটি টাইলস 12 ইঞ্চি দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সুষম ত্রিভুজাকৃতি। টাইলসগুলো বিপরীত রঙে বসিয়ে মোজাইকটি সম্পুর্ণ করতে হবে।**

**ক) ত্রিভুজাকৃতির মোজাইকটির একটি মডেল তৈরি করো।**

সমাধানঃ

আমি আমার ঘরে সমবাহু ত্রিভুজ আকৃতির একটা মোজাইক করতে চাই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য ১২ ফুট। এবং এই মোজাইক করার জন্য আমি কতগুলো নীল ও কতগুলো সাদা টাইলস বেছে নিয়েছি যেখানে প্রতিটি টাইলস সমবাহু এবং বাহুর দৈর্ঘ্য ১২ ইঞ্চি। এখন টাইলসগুলো বিপরীত রঙে বসানোর জন্য আমি একটি মডেল তৈরি করেছি, মডেলটি নিন্মরুপঃ



**খ) প্রত্যেক রঙের কয়টি করে টাইলস লাগবে?**

সমাধানঃ

সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর বাহু AB = BC = CA = 12 ফুট।

সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর বাহুর দৈর্ঘ্য = 12 ইঞ্চি = 1 ফুট।

তাহলে, মডেল অনুসারে, ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর বাহু BC বরাবর স্থাপিত নীল টাইলস এর সংখ্যা = (12÷1) টি = 12 টি।

অর্থাৎ ১ম ধাপে নীল টাইলস এর সংখ্যা a = 12

আবার,

সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক ABC এর উচ্চতা = (√3/2).12 ফুট।

সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর উচ্চতা = (√3/2).1ফুট।

তাহলে,

মডেলটিতে, মোট ধাপ সংখ্যা n = (√3/2).12 ÷  (√3/2).1 = 12

এবং, ADE এর উচ্চতা = (√3/2).12 - (√3/2).1 = (√3/2).11 ফুট।

এখন আমরা জানি সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা = (√3/2).a, এই সূত্র অনুসারে (√3/2).11 উচ্চতা বিশিষ্ট ত্রিভুজটি সমবাহু হবে এবং যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 11 ফুট।

অর্থাৎ, DE = 11 ফুট।

তাহলে, DE বরাবর নীল টাইলস রাখা যাবে (11÷1) টি = 11 টি।

অর্থাৎ ২য় ধাপে নীল টাইলস এর সংখ্যা = 11

তাহলে, সমান্তর ধারা অনুসারে, সাধারন অন্তর d = (11-12) = -1

সুতরাং,

মেডেলটিতে মোট নীল টাইলস এর সংখ্যা Sn

= ½.n{2a + (n - 1)d}

= ½.12{2.12 + (12 - 1)(-1)}

= 6{24 + 11(-1)}

= 6(24 - 11)

= 6×13

= 78 টি

এখন আবার,

মেডেল অনুসারে, DE বরাবর সাদা টাইলস আছে 11টি কারণ DE = 11 ফুট।

নীল টাইলসের ক্ষেত্রে প্রয়োগকৃত সকল সূত্র ও নিয়ম সাদা টাইলস এর ক্ষেত্রে ব্যবহার করলে সেক্ষেত্রে আমরা পাই,

a = 11, n = 11, d = -1

তাহলে,

মোট সাদা টাইলস এর সংখ্যা Sn

= ½.n{2a + (n - 1)d}

= ½.11{2.11 + (11 - 1)(-1)}

= ½.11{22 + 10(-1)}

= ½.11 (22 - 10)

= ½.11×12

= 66 টি

**গ) মোট কতগুলো টাইলস প্রয়োজন হবে?**

সমাধানঃ

সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর বাহুর দৈর্ঘ্য = 12 ফুট।

∴সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর ক্ষেত্রফল = √3/4.(12)2বর্গ ফুট।

আবার,

সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর বাহুর দৈর্ঘ্য = 12 ইঞ্চি = 1 ফুট।

∴ সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর ক্ষেত্রফল = √3/4.(1)2বর্গ ফুট।

অর্থাৎ,

সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক সম্পূর্ণ করতে সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস লাগবে

√3/4.(12)2

= ------------ টি

√3/4.(1)2

= (12)2 টি

= 144 টি।

**৫. ছকের খালি ঘরগুলো পূরণ করো।**

[বিদ্রঃ অনুক্রম ও ধারা অধ্যায়ের এই ৫ নং সমস্যার ছক পূরণ করেই প্রকাশ করা হলো। কিভাবে ছক এ উত্তর বসানো হয়েছে তা ছকের নিচে সূত্র সহকারে বিস্তারিত দেয়া হয়েছে।]

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ক্রমিক নং | ১ম পদ a | সাধারণ অনুপাত r | পদসংখ্যা n | nতম পদ an | সমষ্টি Sn |
| i. | 128 | ½ | 9 | ½ | 511/2 |
| ii. | 1 | -3 | 8 | -2187 | -1640 |
| iii. | 1/√2 | -√2 | 9 | 8√2 | (31/√2- 7) |
| iv. | 2 | -2 | 7 | 128 | 86 |
| v. | 2 | 2 | 7 | 128 | 254 |
| vi. | 12 | 2 | 7 | 768 | 1524 |
| vii. | 27 | 1/3 | 5 | 1/3 | 121/3 |
| viii. | 3 | 4 | 6 | 3072 | 4095 |

সমাধানঃ

i.

an = arn-1

বা, ½ = 128(½)n-1[মান বসিয়ে..]

বা, (½)n-1 = 1/256

বা, (½)n-1 = (½)8

বা, n-1 = 8

বা, n = 9

আবার,

Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

বা, Sn = 128(1- ½9) ÷ (1- ½ ) [মান বসিয়ে..]

বা, Sn = 128(1- 1/512) ÷ ½

বা, Sn = 128(511/512)×2

বা, Sn = 511/2

ii.

an = arn-1

বা, -2187 = a(-3)8-1  [মান বসিয়ে..]

বা, -2187 = a(-3)7

বা, -2187 = -2187a

বা, a = 1

এবং,

Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

Sn = 1{1-(-3)8} ÷ {1-(-3)} [মান বসিয়ে..]

Sn = (1-6561) ÷ 4

Sn = -6560 ÷ 4

Sn = -1640

iii.

an = arn-1

বা, 8√2 = (1/√2)(-√2)n-1[মান বসিয়ে..]

বা, 8√2×√2 = (-√2)n-1

বা, 16 = (-√2)n-1

বা, (-√2)n-1 = (-√2)8

বা, n-1 = 8

বা, n = 9

আবার,

Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

বা, Sn = (1/√2){1-(-√2)9} ÷ {1-(-√2)} [মান বসিয়ে]

বা, Sn = (1/√2){19-(-√2)9} ÷ {1-(-√2)}

বা, Sn = (1/√2)[(13)3-{(-√2)3}3]÷ {1-(-√2)}

বা, Sn = (1/√2)[{(13-(-√2)3}{(13)2+13.(-√2)3+{(-√2)3}2]÷ {1-(-√2)}  [সূত্র a3-b3=(a-b)(a2+ab+b2 ব্যবহার করে]

বা, Sn = (1/√2)[{1-(-√2)}{12+1.(- √2)+(- √2)2}{1-2√2+8}] ÷ {1-(-√2)}   [সূত্র a3-b3=(a-b)(a2+ab+b2 ব্যবহার করে]

বা, Sn = (1/√2)[{1-(-√2)}(1- √2+2){1-2√2+8} ÷ {1-(-√2)}

বা, Sn = (1/√2)(1- √2+2)(1-2√2+8)

বা, Sn = (1/√2)(1- √2+2 - 2√2 + 4 +4√2 + 8 - 8√2 + 16)

বা, Sn = (1/√2)(-7√2 + 31)

বা, Sn = (1/√2)(31-7√2)

বা, Sn = (31/√2- 7)

iv.

an = arn-1

বা, 128 = a(-2)7-1

বা, 128 = a(-2)6

বা, 128 = 64a

বা, a = 2

এবং,

Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

বা, Sn = 2{1-(-2)7} ÷ {1-(-2)}

বা, Sn = 2{1-(-128)} ÷ (1+2)

বা, Sn = 2(1+128) ÷ (1+2)

বা, Sn = 2×129 ÷ 3

বা, Sn = 86

v.

Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

বা, 254 = 2(1-2n) ÷ (1-2)

বা, 254 = 2(1-2n) ÷ (-1)

বা, 254 = -2(1-2n)

বা, 1-2n = -127

বা, -2n = -128

বা, 2n = 128

বা, 2n = 27

বা, n = 7

আবার,

an = arn-1

বা, an = 2.27-1

বা, an = 128

vi.

an = arn-1

বা, 768 = 12rn-1

বা, rn-1=768/12

বা, rn-1=64

বা, rn/r=64

বা, rn=64r  …….(i)

আবার,

Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

বা, 1524 = 12(1-rn) ÷ (1-r)

বা, (1-rn) ÷ (1-r) = 1524/12

বা, (1-rn) ÷ (1-r) = 127

বা, (1-rn) = 127(1-r)

বা, 1-rn = 127-127r

বা, -rn = 127-127r - 1

বা, -rn = 126-127r

বা, rn = 127r – 126 ………(ii)

(i) ও (ii) থেকে পাই,

64r = 127r – 126

বা, 64r – 127r = 126

বা, 63r = 126

বা, r = 126/63

বা, r = 2

এখন, r এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

2n=64×2

বা, 2n=128

বা, 2n = 27

বা, n = 7

vii.

an = arn-1

বা, 1/3 = 27(1/3)n-1

বা, 27(1/3)n-1 = 1/3

বা, (1/3)n-1 = 1/3×27

বা, (1/3)n-1 = 1/81

বা, (1/3)n-1 = (1/3)4

বা, n-1 = 4

বা, n = 5

এবং,

Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

বা, Sn = 27{1-(1/3)5} ÷ (1-1/3)

বা, Sn = 27{1-1/243} ÷ (1-1/3)

বা, Sn = (27-27/243} ÷ (1-1/3)

বা, Sn = (27-1/9} ÷ (1-1/3)

বা, Sn = (243/9-1/9) ÷ (3/3-1/3)

বা, Sn = 242/9 ÷ 2/3

বা, Sn = 242/9 × 3/2

বা, Sn = 121/3

viii.

Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

বা, 4095 = a(1-46) ÷ (1-4)

বা, 4095 = a(1-4096) ÷ (-3)

বা, 4095 = a(-4095) ÷ (-3)

বা, 4095 = 1365a

বা, a = 4095/1365

বা, a = 3

আবার,

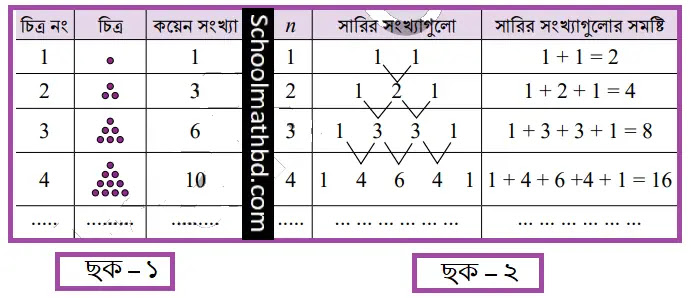
an = arn-1

বা, an = 3.46-1

বা, an = 3.45

বা, an = 3072

৬.



ক) ছক- ১ এর অনুক্রমটি নিবিড়ভাবে পর্যবেক্ষণ করো। অতঃপর ১০ম চিত্রটি গঠন করে কয়েন সংখ্যা নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ছক – ১ এর অনুক্রমের চিত্রটি পর্যবেক্ষন করি। প্রতিটি চিত্রে, চিত্র সংখ্যার সমান সংখ্যক কয়েন এর সারি আছে, এক সারি থেকে অপর সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার 1 এবং ১ম সারিতে 1টি মাত্র কয়েন আছে।

তাহলে,

১০ম চিত্রে,

কয়েন এর সারি সংখ্যা n = 10

সারি থেকে সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার বা সাধারণ অন্তর d = 1

১ম সারিতে কয়েনের সংখ্যা a = 1

অতএব,

১০ম চিত্রে মোট কয়েন এর সংখ্যা Sn

= ½.n{2a + (n - 1)d}

= ½.10(2.1+(10-1)1

= 5(2+9.1)

= 5(2+9)

= 5×11

= 55

ফলে, দশম পদ 55 এর জন্য চিত্রটি নিন্মরুপঃ

|  |
| --- |
| • •• ••• •••• ••••• •••••• ••••••• •••••••• ••••••••• •••••••••• |

খ) প্রদত্ত তথ্যের আলোকে nতম চিত্রের কয়েন সংখ্যা নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ছক – ১ এর অনুক্রমের চিত্রটি পর্যবেক্ষন করি। প্রতিটি চিত্রে, চিত্র সংখ্যার সমান সংখ্যক কয়েন এর সারি আছে, এক সারি থেকে অপর সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার 1 এবং ১ম সারিতে 1টি মাত্র কয়েন আছে।

তাহলে,

nতম চিত্রে,

কয়েন এর সারি সংখ্যা = n

সারি থেকে সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার বা সাধারণ অন্তর d = 1

১ম সারিতে কয়েনের সংখ্যা a = 1

অতএব,

nতম চিত্রে মোট কয়েন এর সংখ্যা Sn

= ½.n{2a + (n - 1)d}

= ½.n{2.1 + (n - 1)1}

= ½.n{2 + (n - 1)}

= ½.n(2 + n – 1)

= ½.n(n + 1) [Ans.]

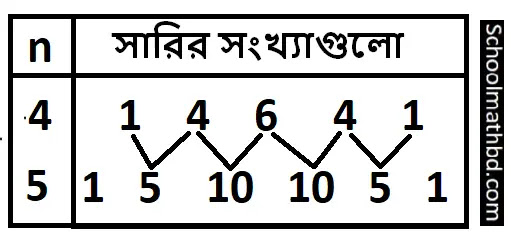
গ) n = 5 হলে, ছক-২ এর ২য় কলামের সংখ্যাগুলো নির্ণয় করো এবং দেখাও যে, nতম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি 2n সূত্রকে সমর্থন করে।

সমাধানঃ

ছক – ২ পর্যবেক্ষন করে পাই,

প্রতিটি সারিতে ১ম ও শেষ সংখ্যা হলো 1 এবং মাঝের সংখ্যাগুলো হলো পূর্বের সারির পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার যোগফলের সমান।

সেইঅনুসারে, n = 5 এর ক্ষেত্রে আমরা পাই,



অতএব,

n = 5 হলে, ছক-২ এর ২য় কলামের সংখ্যাগুলোঃ 1, 5, 10, 10, 5, 1

**nতম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টিঃ**

১ম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 2 = 21

২য় সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 4 = 22

৩য় সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 8 = 23

৪র্থ সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 16 = 24

∴ nতম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 2n [দেখানো হলো]

ঘ) প্রতিটি সারির সমষ্টিগুলো নিয়ে একটি ধারা তৈরি করো এবং ধারাটির ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2046 হলে, n এর মান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

প্রতিটি সারির সমষ্টিগুলো নিয়ে একটি ধারা তৈরি করা হলো যা নিন্মরুপঃ

2 + 4 + 8 + 16 + …………….

এখন,

ধারাটিতে, ১ম পদ a = 2

সাধারণ অনুপাত r = 4 ÷ 2 = 2

পদসংখ্যা = n

সমষ্টি Sn = 2046

আমরা জানি,

Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

বা, 2046 = 2(1-2n) ÷ (1-2)

বা, 2046 = 2(1-2n) ÷ (-1)

বা, 2046 = -2(1-2n)

বা, -2(1-2n) = 2046

বা, 1-2n = -1023

বা, -2n = -1023 – 1

বা, -2n = -1024

বা, 2n = 1024

বা, 2n = 210

বা, n = 10

**৭. n এর মান নির্ণয় করো, যেখানে n ∈ N.**

[বিদ্রঃ ∑ এর উপর n এবং নিচে k=1 সাইটে লেখা না যাওয়ায় শুধুমাত্র ∑ দ্বারা প্রকাশ করেছি; তোমরা পাঠ্যপুস্তক অনুসারে লিখবে।]

i. ∑ (20 - 4k) = -20

সমাধানঃ

এখানে, k = 1, 2, 3, ……. n

∵ (20 – 4.1) + (20 – 4.2) + (20 – 4.3) + ………. (20 – 4n) = -20

বা, 20n – 4(1+2+3+…..n) = -20

বা, 20n – 4.½.n{2.1 + (n - 1)1} = -20 [Sn= ½.n{2a + (n - 1)d} এর সূত্র প্রয়োগ করে]

বা, 20n – 2.n(2 + n – 1) = -20

বা, 20n – 2n(n + 1) = -20

বা, 20n – 2n2 – 2n = -20

বা, -2n2 + 18n = -20

বা, -2n2 + 18n + 20 = 0

বা, 2n2- 18n -20 = 0

বা, n2 – 9n – 10 = 0

বা, n2 – 10n + n – 10 = 0

বা, n(n-10) + 1(n-10) = 0

বা, (n+1)(n-10) = 0

বা, n+1 = 0 অথবা, n-10 = 0

বা, n = -1  বা, n = 10

n এর মান ঋণাত্মক হতে পারে না; অর্থাৎ n = 10.

ii. ∑ (3k + 2) = 1105

সমাধানঃ

এখানে, k = 1, 2, 3, ……. n

∵ (3.1 + 2) + (3.2 + 2) +(3.3 + 2) +………+ (3.n + 2)  = 1105

বা, 3(1+2+3+……n) + 2n = 1105

বা, 3.½.n{2.1 + (n - 1).1} + 2n = 1105 [Sn= ½.n{2a + (n - 1)d} এর সূত্র প্রয়োগ করে]

বা, 3.½.n{2 + n - 1} + 2n = 1105

বা, 3.½.n(n + 1) + 2n = 1105

বা, 3.½.(n2 + n) + 2n = 1105

বা, 3.(n2 + n) + 4n = 2210 [উপয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, 3n2+3n+4n = 2210

বা, 3n2+7n – 2210 = 0

বা, 3n2-78n + 85n – 2210 = 0

বা, 3n(n-26) + 85(n – 26) = 0

বা, (n-26)(3n+85) = 0

বা, n-26 = 0  অথবা, 3n+85 = 0

বা, n = 26  বা, 3n = - 85 [ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়]

∵ n = 26

iii. ∑ (-8). (0.5)k-1 = -255/16

সমাধানঃ

এখানে, k = 1, 2, 3, ……. n

∵ (-8). (0.5)1-1+ (-8). (0.5)2-1+ (-8). (0.5)3-1+…….+ (-8). (0.5)n-1= -255/16

বা, (-8). {(0.5)0+ (0.5)1+ (0.5)2+…….+ (0.5)n-1}= -255/16

বা, (-8). {(0.5)0 + (0.5)1+ (0.5)2+…….+ (0.5)n-1}= -255/16

বা, (0.5)0 + (0.5)1+ (0.5)2+…….+ (0.5)n-1= 255/128

বা, {(0.5)0}(1-0.5n) ÷ (1-0.5) = 255/128    [Sn = a(1-rn) ÷ (1-r) সূত্রমতে]

বা, 1.(1-0.5n) ÷ 0.5 = 255/128

বা, (1-0.5n) ÷ 0.5 = 255/128

বা, (1-½n) ÷ ½  = 255/128

বা, (1-½n) = 255/256

বা, -½n = 255/256- 1

বা, -½n = 255/256- 1

বা, -½n = -1/256

বা, ½n = 1/256

বা, ½n = ½8

বা, n = 8

iv. ∑ (3)k-1 = 3280

সমাধানঃ

এখানে, k = 1, 2, 3, ……. n

∵ (3)1-1 + (3)2-1 + (3)3-1 +……… +(3)n-1 = 3280

বা, (3)0 + (3)1 + (3)2 +……… +(3)n-1 = 3280

বা, (3)0.(1-3n) ÷ (1-3) = 3280

বা, 1.(1-3n) ÷ (-2) = 3280

বা, (1-3n)  = 3280×(-2)

বা, 1-3n  = -6560

বা, -3n  = -6560-1

বা, -3n  = -6561

বা, 3n  = 6561

বা, 3n  = 38

বা, n = 8

**৮. একটি সমান্তর ধারার প্রথম, দ্বিতীয় ও ১০তম পদ যথাক্রমে একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম, চতুর্থ ও ১৭তম পদের সমান।**

ক) সমান্তর ধারার ১ম পদ a, সাধারণ অন্তর d এবং গুণোত্তর সাধারণ অনুপাত r হলে, ধারা দুইটি সমন্বয়ে দুইটি সমীকরণ গঠন করো।

সমাধানঃ

সূত্র অনুসারে,

সমান্তর ধারার ক্ষেত্রে nতম পদ an​=a+(n−1)d

গুণত্তর ধারার ক্ষেত্রে nতম পদ bn​=a⋅r(n−1)

প্রদত্ত সমান্তর ধারায়,

১ম পদ = a

২য় পদ = a+d

১০ম পদ = a+(10-1)d = a+9d

প্রদত্ত গুণোত্তর ধারায়,

১ম পদ = a

৪র্থ পদ = ar4-1 = ar3

১৭তম পদ = ar17-1= ar16

শর্ত অনুসারে,

a+d = ar3 [সমান্তরের ২য় পদ = গুণোত্তরের ৪র্থ পদ]

a+9d = ar16[সমান্তরের ১০ম পদ = গুণোত্তরের ১৭তম পদ]

∵ নির্নেয় দুইটি সমীকরণঃ a+d = ar3 ও a+9d = ar16

খ) সাধারণ অনুপাত r এর মান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ক হতে পাই,

a+d = ar3

বা, 1+d/a = r3 [a দ্বারা ভাগ করে]

বা, r = 3√(1+d/a) …..(i)

গ) গুণোত্তর ধারাটির ১০তম পদ 5120 হলে, a ও d এর মান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

পরে দেয়া হবে…..

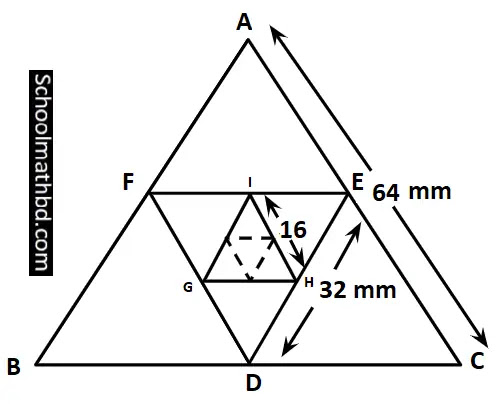
ঘ) সমান্তর ধারাটির ১ম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

পরে দেয়া হবে…..

**৯. একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকো। এর বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু সংযোগ করে আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকো। ওই ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু সংযোগ করে আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকো। এইভাবে পর্যায়ক্রমে ১০টি ত্রিভুজ অঙ্কন করলে এবং সর্ববহিস্থ ত্রিভুজটির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 64 মিমি হলে, সবগুলো ত্রিভুজের পরিসীমার সমষ্টি কত হবে নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ



একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC আঁকি যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 64 মিমি অর্থাৎ ABC ত্রিভুজের পরিসীমা = 3×64mm = 192mm. এখন ABC এর বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু সংযোগ করে আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ DEF আঁকি। এখন আমরা জানি, ত্রিভূজের যেকোনো দুইটি বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা উহার তৃতীয় বাহুর অর্ধেক। তাহলে, DF = ½AC = ½×64mm = 32mm.  এখন, যেহেতু অঙ্কিত DEF সমবাহু ত্রিভুজ সেহেতু DE=EF=DF=32mm অর্থাৎ DEF এর পরিসীমা = 3×32mm = 96mm. আবার, DEF এর বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু সংযোগ করে আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ GHI আঁকি। তাহলে, GH=HI=IG= ½×32mm = 16mm অর্থাৎ GHI এর পরিসীমা = 3×16mm = 48mm. একইভাবে পর্যায়ক্রমে ১০টি ত্রিভুজ আঁকি।

এখন, এইভাবে পর্যায়ক্রমে যদি অসীম ত্রিভুজ আঁকা হয় তাহলে আমরা ত্রিভুজগুলোর পরিসীমাগুলোকে একটি ধারা আকারে লিখতে পারি যা নিন্মরুপঃ

192 + 96 + 48 + ……………………..

ধারাটিতে, ১ম পদ a = 192

সাধারন অনুপাত r = 96 ÷ 192 = ½

তাহলে,

এই ধারার nতম পদের সমষ্টি Sn

= a(1-rn) ÷ (1-r)

= 192(1- ½n) ÷ (1- ½)

শর্তানুসারে, অঙ্কিত ত্রিভুজ সংখ্যা 10 অর্থাৎ n=10 এর ক্ষেত্রে, ধারাটির সমষ্টি

= 192(1- ½10) ÷ (1- ½)

= 192(1- ½10) ÷ ½

= 384(1- ½10)

= 384(1- 1/1024)

= 384 - 384/1024

= 384 - 3/8

     384×8 – 3

= ---------------

        8

= 3069/8 মিমি (Ans.)

**১০. শাহানা তার শিক্ষা প্রতিষ্ঠানে একটি চারা গাছ রোপণ করল। এক বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা 1.5 ফুট হলো। পরবর্তী বছর এর উচ্চতা 0.75 ফুট বৃদ্ধি পেল। প্রতি বছর গাছটির উচ্চতা পূর্বের বছরের বৃদ্ধিপ্রাপ্ত উচ্চতার 50% বাড়ে। এভাবে বাড়তে থাকলে 20 বছর পরে গাছটির উচ্চতা কত ফুট হবে?**

সমাধানঃ

১ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা = 1.5 ফুট

২ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা বৃদ্ধি পেল = 0.75 ফুট

৩ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা বৃদ্ধি পেল = 0.75 এর 50% ফুট = 0.375 ফুট

৪ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা বৃদ্ধি পেল = 0.375 এর 50% ফুট = 0.1875 ফুট

তাহলে, উচ্চতা বৃদ্ধির ধারাঃ 0.75 + 0.375 + 0.1875 + …………

এখানে,

a = 0.75; r = 0.375 ÷ 0.75 =0.1875 ÷ 0.375 = ½;

এবং, n = 19 কারণ গাছের বৃদ্ধি ২য় বছর থেকে শুরু হয়।

তাহলে, nতম বছরে গাছের মোট বৃদ্ধির পরিমাণ Sn

= a(1-rn) ÷ (1-r)

= 0.75(1- ½19) ÷ (1- ½)

= 0.75(1- ½19) ÷ ½

 = 1.5(1- ½19)

  = 1.5(1- 1/524288)

= 1.5(524287/524288)

= 1.49999714 ফুট

তাহলে, ২০ বছরে গাছটির উচ্চতা হবে

= ১ম বছরেরের গাছের উচ্চতা + ১৯ বছরের গাছটির বৃদ্ধি

= 1.5 + 1.49999714 ফুট

= 2.99999714 ফুট

**১১. তুমি তোমার পরিবারের গত ছয় মাসের খরচের হিসাব জেনে নাও। প্রতি মাসের খরচকে একেকটি পদ বিবেচনা করে সম্ভব হলে একটি ধারায় রূপান্তর করো। তারপর নিচের সমস্যাগুলো সমাধানের চেষ্টা করো।**

ক) ধারা তৈরি করা সম্ভব হয়েছে কী? হলে, কোন ধরনের ধারা পেয়েছ ব্যাখা করো।

সমাধানঃ

হ্যাঁ ধারা তোরি করা হয়েছে। আমি একটি সামন্তর ধারা পেয়েছি।

গত ছয় মাসে আমার পরিবারের খরচ নিন্মরুপঃ

|  |  |
| --- | --- |
| মাস | খরচ (টাকা) |
| ১ম | 6000 |
| ২য় | 6200 |
| ৩য় | 6400 |
| ৪র্থ | 6600 |
| ৫ম | 6800 |
| ৬ষ্ট | 7000 |

এখানে, a = 6000; d = 6200 – 6000 = 200; n = 6; অর্থাৎ এটি একটি সমান্তর ধারা।

খ) ধারার সমষ্টিকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করো।

সমাধানঃ

উপরোক্ত তথ্য হতে আমরা যে ধারাটি পাই তা নিন্মরুপঃ

6000 + 6200 + 6400 + ………………..

= 6000 + (6000+200) + (6000 + 200 + 200) + …………

= a + (a+d) + (a+d+d) + ………..   [১ম পদ, 6000 = a, সাধারন অন্তর 200 = d ধরে]

= a + (a+d) + (a+2d) + ………. (a+nd)  [পদসংখ্যা n হলে]

= an + d{(1+2+3+…….(n-1)}

= an + d.n/2(n-1)     [1+2+3+…….(n-1)=n/2(n-1) সূত্রমতে]

= 2an/2 + d.n/2(n-1)

= ½n{2a+(n-1)d}

= ধারার সমষ্টি Sn

অতএব, প্রাপ্ত সমীকরণ, Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

গ) পরবর্তী ছয় মাসে সম্ভাব্য মোট কত খরচ হতে পারে তা নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

উপরোক্ত তথ্য হতে, পরবর্তি ১ম মাসের খরচ = 7000 + 200 = 7200

∵ পরবর্তী ছয় মাসের মোট খরচ

= ½.n{2a + (n - 1)d}

= ½.6{2.7000 + (6 - 1)200}

= 3(14000 + 5×200)

= 3(14000 + 1000)

= 3×15000

= 45000 টাকা।

ঘ) পরিবারের মাসিক/বার্ষিক খরচ সম্পর্কে তোমার উপলব্ধিবোধ লিপিবদ্ধ করো।

সমাধানঃ

পারিবারিক খরচ সম্পর্কে আমার উপলব্ধি হলো বর্তমান বাজার ব্যবস্থায় আমাদের খরচ দিন দিন বৃদ্ধি পাচ্ছে।

**লগারিদমের ধারণা ও প্রয়োগ**

বন্ধুরা, আমরা এখানে লগারিদমের ধারণা ও প্রয়োগ অধ্যায়ের অনুশীলনীর সকল গাণিতিক প্রশ্নের সমাধান করেছি। এই অনুশীলনীতে মোট ৯টি প্রশ্ন আছে। এই প্রশ্ন ও সমাধান থেকে আমরা লগারিদমের বিভিন্ন সূত্র ও প্রয়োগ শিখতে পারব। এছাড়া বিভিন্ন বাস্তব সমস্যার সমাধান জানতে পারব। এছাড়া লগারিদমের ধারণা ও প্রয়োগ অধ্যায়ের পাঠ্যবইয়ে যে আলোচনা অংশ আছে তার সমাধানও আমরা শীঘ্রই নিয়ে আসব। আমাদের সমাধান বুঝতে বা কোন সমস্যা থাকলে কিংবা কোন মতামতের জন্য আমাদের লিখে জানাও। তাহলে চলো শুরু করি।

**অনুশীলনী-৩**

**1. বিভিন্ন সূত্র ব্যবহার করে মান নির্ণয় করো:**

(i) 23√343 + 25√243 - 126√64

সমাধানঃ

23√343 + 25√243 - 126√64

= 23√(73) + 25√(35) - 126√(26)

= 2(73)1/3+ 2(35)1/5- 12(26)1/6

= 2×7 + 2×3 – 12×2

= 14 + 6 – 24

= - 4 (Ans.)

     ya+b    yb+c     yc+a

(ii) ----- × ----- × -----

      y2c      y2a       y2b

সমাধানঃ

 ya+b    yb+c     yc+a

 ----- × ----- × -----

  y2c      y2a       y2b

= ya+b-2c × yb+c-2a × yc+a-2b

= ya+b-2c+b+c-2a+c+a-2b

= y0

= 1

**2. বিভিন্ন সূত্র ব্যবহার করে প্রমাণ করো যে,**

**(za/zb)a+b-c× (zb/zc)b+c-a× (zc/za)c+a-b = 1**

সমাধানঃ

(za/zb)a+b-c× (zb/zc)b+c-a× (zc/za)c+a-b

= z(a-b)(a+b-c) × z(b-c)(b+c-a) × z(c-a)(c+a-b)

= z(a-b)(a+b-c) + (b-c)(b+c-a) + (c-a)(c+a-b)

এখন,

(a-b)(a+b-c) + (b-c)(b+c-a) + (c-a)(c+a-b)

= (a2-ab+ab-b2-ca+bc) + (b2-bc+bc-c2-ab+ca) + (c2-ca+ca-a2-bc+ab)

= (a2-b2-ca+bc) + (b2-c2-ab+ca) + (c2-a2-bc+ab)

= (a2-b2+b2-c2+c2-a2) + (-ca+bc-ab+ca-bc+ab)

= 0 + 0

= 0

অতএব,

z(a-b)(a+b-c) + (b-c)(b+c-a) + (c-a)(c+a-b)

= z0

= 1 [proved]

**3. নিচের সূচক সমতাকে লগের মাধ্যমে প্রকাশ করো এবং বৈজ্ঞানিক ডিভাইস ব্যবহার করে x এর মান বের করো।**

(i) 2x = 64

সমাধানঃ

2x = 64

বা, log2(2x) = log2(64) [উভয় পাশে log2নিয়ে ]

বা, log2(2x) = log2(64)

বা, x.log2x = log2(64)

বা, x.1 = log2(64) [যেহেতু, logaa = 1]

বা, x.1 = 6 [বৈজ্ঞানিক ডিভাইস ব্যবহার করে]

বা, x = 6 [Ans]

(ii) (1.2)x = 100

সমাধানঃ

(1.2)x = 100

বা, log1.2(1.2x) = log1.2(100) [উভয় পাশে log1.2নিয়ে ]

বা, x.log1.21.2 = log1.2(100)

বা, x.1 = log1.2(100) [যেহেতু, logaa = 1]

বা, x.1 = 25.2585 (প্রায়) [বৈজ্ঞানিক ডিভাইস ব্যবহার করে]

বা, x = 25.2585 (প্রায়) [Ans]

(iii) 7x = 5

সমাধানঃ

7x = 5

বা, log7(7x) = log7(5) [উভয় পাশে log7নিয়ে ]

বা, log7(7x) = log7(5)

বা, x.log77 = log7(5)

বা, x.1 = log7(5) [যেহেতু, logaa = 1]

বা, x.1 = 0.8271 (প্রায়) [বৈজ্ঞানিক ডিভাইস ব্যবহার করে]

বা, x = 0.8271 (প্রায়) [Ans]

(iv) (2/3)x = 7

সমাধানঃ

(2/3)x = 7

বা, log2/3(2/3x) = log2/3(7) [উভয় পাশে log2/3নিয়ে]

বা, log7(7x) = log2/3(7)

বা, x.log77 = log2/3(7)

বা, x.1 = log2/3(7) [যেহেতু, logaa = 1]

বা, x.1 = -4.799 (প্রায়) [বৈজ্ঞানিক ডিভাইস ব্যবহার করে]

বা, x = -4.799 (প্রায়) [Ans]

**4. 10% চক্রবৃদ্ধি মুনাফা হারে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত বছরে 3 গুণ হবে?**

সমাধানঃ

ধরি, প্রারম্ভিক মূলধন =P, চক্রবৃদ্ধি মূলধন A = 3P এবং চক্রবৃদ্ধি মুনাফার হার r = 10% = 10/100 = 0.1.

সুতরাং সূত্র থেকে আমরা পাই,

3P = P(1 + 0.1)n [চক্রবৃদ্ধির সূত্র A=P(1+r)nমতে]

বা, 3 = (1+0.1)n

বা, 3 = (1.1)n

বা, n = log1.13 ≈ 11.5267

সুতরাং মূলধন প্রায় 11.5267 বছরে দ্বিগুণ হবে।

**5. করোনা ভাইরাসের নাম তোমরা সবাই জানো। এই ভাইরাস দ্রুত ছড়ায়। যদি করোনা ভাইরাস 1 জনের থেকে প্রতিদিন 3 জনে ছড়ায়, তবে 1 জন থেকে 1 মাসে মোট কতোজন করোনা ভাইরাসে আক্রান্ত হবে? কতোদিনে 1 কোটি মানুষ আক্রান্ত হবে?**

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

প্রাথমিক আক্রান্তের সংখ্যা = 1

আক্রান্তের হার = প্রতিদিন 3 জন

আক্রান্তের সময়কাল = ১ মাস = ৩০ দিন।

তাহলে,

মোট আক্রান্তের সংখ্যা

= প্রাথমিক আক্রান্তের সংখ্যা × (আক্রান্তের হার)আক্রান্তের সময়কাল

= 1 × 330 জন

= 205891132094649 জন

আবার, 1 কোটি মানুষ আক্রান্তের ক্ষেত্রে সময়কাল T দিন হলে,

1×3T = 10000000

বা, 3T = 10000000

বা, log3(3T) = log3(10000000) [উভয়পক্ষে log3 নিয়ে]

বা, T.log33 = log3(10000000)

বা, T.1 = log3(10000000) [∵logaa= 1]

বা, T = log3(10000000)

বা, T = 14.6713 দিন (প্রায়)

∵ প্রায় 14.6713 দিনে 1 কোটি মানুষ আক্রান্ত হবে।

**6. সেতুর চাচার 3 বিঘা জমি আছে। তিনি তাঁর জমির উর্বরতা ঠিক রাখার জন্য প্রতিবছর 30 কেজি জৈব সার প্রয়োগ করেন। প্রতি কেজি সারে যদি প্রতি কাঠা জমির উর্বরতা 3% বৃদ্ধি করে, তবে সেতুর চাচার জমির অবচয় বের করো? তিনি যদি জমিতে সার প্রয়োগ না করতেন, তাহলে কত বছর পরে তাঁর জমিতে আর কোনো ফসল হবে না?**

সমাধানঃ

3 বিঘা = 20×3 কাঠা = 60 কাঠা

ধরি, সার প্রয়োগের আগে প্রতি কাঠা জমির উর্বরতার = P

তাহলে, সার প্রয়োগের পর,

1 কেজি সারের জন্য 1 কাঠার উর্বরতা = P + P×3% = P + 0.03P = 1.03P

∵ 30 কেজি সারের জন্য 30 কাঠার উর্বরতা = 30×1.03P = 30.9P

শর্ত অনুসারে, বাকী 30 কাঠা জমির উর্বরতা বৃদ্ধি পায় না।

সেক্ষেত্রে, এই 30 কাঠার জমির উর্বরতা = 30P

তাহলে,

3 বিঘা বা 60 কাঠা জমির উর্বরতা (সার প্রয়োগের পর) = 30.9P+30P = 60.9P

এবং 3 বিঘা বা 60 কাঠা জমির উর্বরতা (সার প্রয়োগের আগে) = 60P

এখন যেহেতু সার প্রয়োগ করে জমির উর্বরতা ঠিক রাখা হয়, সেহেতু 60.9P হলো জমির প্রাথমিক উর্ববরতা এবং সার প্রয়োগ না করলে অর্থাৎ জমির অবচয়ের ফলে জমির উর্ব্বরতা কমে হয় 60P।

তাহলে, জমির অবচয়ের হার

= (60.9P-60P)/60.9P×100 = 1.4778% (প্রায়)

**কত বছর পর আর ফসল হবে না, সেই সময় নির্ণয়ঃ**

আমরা জানি, জমির অবচয়ের সূত্রঃ PT = P(1 - R)T

এখানে, P = 60P [যেহেতু সার প্রয়োগ করা যাবে না]

R = 1.4778% (প্রায়)

PT= ?; যেহেতু জমির উর্বরতা 1.4778% হারে কমতে থাকে সেহেতু PT এর মান কখনো শূণ্য হবে না। তাই আমরা PT = 0.6P ধরি যা 60P এর থেকে 99% কম।

T = ?, আমাদের নির্ণয় করতে হবে।

বা, 0.6P = 60P(1-1.4778%)T  [উপরের প্রাপ্ত তথ্য হতে মান বসিয়ে, এখানে T হলো সময়কাল]

বা, 0.6P/60P = (1-0.014778)T

বা, 0.6/60 = (0.985222)T

বা, 0.01 = (0.985222)T

বা, T = log0.9852220.01

বা, T = 309.315 (প্রায়)

∵ নির্ণেয় সময়কাল = 309 বছর এর বেশি।

**7. 1918 সালের 8 জুলাই মৌলভীবাজারের শ্রীমঙ্গলে যে ভয়াবহ ভূমিকম্প সংঘটিত হয় রিক্টার স্কেলে তার মাত্রা 7.6 এবং 1997 সালের 22 নভেম্বর চট্টগ্রামে যে ভূমিকম্প সংঘটিত হয় যার মাত্রা 6.0 রেকর্ড করা হয়। শ্রীমঙ্গলের ভূমিকম্পটি চট্টগ্রামের ভূমিকম্পের চেয়ে কতগুণ বেশি শক্তিশালী ছিল?**

সমাধানঃ

মনে করি,

I1 = শ্রীমঙ্গলের ভূমিকম্পের তীব্রতা

I2 = চট্রগ্রামের ভূমিকম্পের তীব্রতা এবং

S = আদর্শ ভূমিকম্পের তীব্রতা

সুতরাং, রিক্টার স্কেলে-

শ্রীমঙ্গলের ভূমিকম্পের মাত্রা = log10(I1/S) এবং

চট্রগ্রামের ভূমিকম্পের মাত্রা= log10(I2/S)

প্রশ্নমতে,

log10(I1/S) = 7.6 ……(i)

log10(I2/S) = 6 …….(ii)

(i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

log10(I1/S) - log10(I2/S) = 7.6 – 6

বা, (log10I1 - log10S) – (log10I2 - log10S) = 1.6

বা, log10I1 - log10S – log10I2 + log10S = 1.6

বা, log10I1 – log10I2 = 1.6

বা, log10(I1/I2) = 1.6

এই লগারিদমীয় সম্পর্ককে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

101.6 = (I1/I2)

বা, (I1/I2) = 39.8107171

বা, I1 = 39.8107171 × I2

সুতরাং, শ্রীমঙ্গলের ভূমিকম্পটি চট্রগ্রামের ভূমিকম্পের চেয়ে 39.8107171 গুণ শক্তিশালী ছিল।

**8. কোনো এক সময় জাপানে একটি ভূমিকম্প সংঘটিত হয়, রিক্টার স্কেলে যার মাত্রা 8 রেকর্ড করা হয়। ওই একই বছরে সেখানে আরও একটি ভূমিকম্প সংঘটিত হয় যা পূর্বের চেয়ে 6 গুণ বেশি শক্তিশালী। রিক্টার স্কেলে পরবর্তী ভূমিকম্পের মাত্রা কত ছিল?**

সমাধানঃ

মনে করি,

I1 = ১ম ভূমিকম্পের তীব্রতা

I2 = ২য় ভূমিকম্পের তীব্রতা এবং

S = আদর্শ ভূমিকম্পের তীব্রতা

সুতরাং, রিক্টার স্কেলে-

১ম ভূমিকম্পের মাত্রা = log10(I1/S) এবং

২য় ভূমিকম্পের মাত্রা= log10(I2/S)

প্রশ্নমতে,

log10(I1/S) = 8 ……(i)

log10(I2/S) = x [ধরে] …….(ii)

(i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

log10(I1/S) - log10(I2/S) = 8 – x

বা, (log10I1 - log10S) – (log10I2 - log10S) = 8-x

বা, log10I1 - log10S – log10I2 + log10S = 8-x

বা, log10I1 – log10I2 = 8-x

বা, log10(I1/I2) = 8-x

এই লগারিদমীয় সম্পর্ককে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

108-x = (I1/I2)

বা, (I1/I2) = 108-x

বা, I1 = 108-x × I2 ……….(iii)

কিন্তু শর্ত অনুসারে,

I2 = I1 × 6

বা, I1 = 1/6.I2 ………(iv)

তাহলে, সমীকরণ (iii) ও (iv) হতে পাই,

108-x=1/6

বা, log10(108-x)=log10(1/6) [উভয় দিকে log10 যোগ করে]

বা, (8-x).log1010 = log10(1/6)

বা, 8-x = log10(1/6)

বা, -x = log10(1/6) – 8

বা, x = 8 - log10(1/6) = 8 – (-0.77815124951505) = 8.77815125 (প্রায়)

∵ নির্নেয় ভুমিকম্পের মাত্রা = 8.77815125 (প্রায়)

**9. 1999 সালের জুলাই মাসে কক্সবাজারের মহেশখালিতে যে ভূমিকম্প হয় তার মাত্রা রেকর্ড করা হয়েছিল 5.2 এবং 2023 সালের 6 ফেব্রুয়ারি তুরস্কের দক্ষিণাংশে যে ভয়াবহ ভূমিকম্প সংঘটিত হয় তা মহেশখালির ভূমিকম্পের তীব্রতার চেয়ে 398 গুণ বেশি শক্তিশালী ছিল। তুরস্কের দক্ষিণাংশের ভূমিকম্পের মাত্রা কত ছিল?**

সমাধানঃ

মনে করি,

I1 = তুরস্কের ভূমিকম্পের তীব্রতা

I2 = মহেশখালির ভূমিকম্পের তীব্রতা এবং

S = আদর্শ ভূমিকম্পের তীব্রতা

সুতরাং, রিক্টার স্কেলে-

তুরস্কের ভূমিকম্পের মাত্রা = log10(I1/S) এবং

মহেশখালির ভূমিকম্পের মাত্রা= log10(I2/S)

প্রশ্নমতে,

log10(I1/S) = x [ধরে] ……(i)

log10(I2/S) = 5.2 …….(ii)

(i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

log10(I1/S) - log10(I2/S) = x – 5.2

বা, (log10I1 - log10S) – (log10I2 - log10S) = x – 5.2

বা, log10I1 - log10S – log10I2 + log10S = x – 5.2

বা, log10I1 – log10I2 = x – 5.2

বা, log10(I1/I2) = x – 5.2

এই লগারিদমীয় সম্পর্ককে সূচকের মাধ্যমে প্রকাশ করলে দাঁড়ায়,

10x-5.2 = (I1/I2)

বা, (I1/I2) = 10x-5.2

বা, I1 = 10x-5.2 × I2 ……….(iii)

কিন্তু শর্ত অনুসারে,

I1 = I2 × 398…….(iv)

তাহলে, সমীকরণ (iii) ও (iv) হতে পাই,

10x-5.2=398

বা, log10(10x-5.2)=log10(398) [উভয় দিকে log10 যোগ করে]

বা, (x-5.2).log1010 = log10(398)

বা, x-5.2 = log10(398) [∵logaa=1]

বা, x = log10(398) + 5.2

বা, x = 2.5998830720737 + 5.2 (প্রায়)

বা, x = 7.79988307 (প্রায়)

∵ নির্নেয় ভুমিকম্পের মাত্রা = 7.79988307 (প্রায়)

**প্রকৃতি ও প্রযুক্তিতে বহুপদী রাশি**

আমাদের সমাধানকৃত এই অধ্যায় হলো নতুন কারিকুলামভূক্ত ৯ম শ্রেণির চতুর্থ অধ্যায় যার নাম রাখা হয়েছে প্রকৃতি ও প্রযুক্তিতে বহুপদী রাশি। এখানে আমরা অনুশীলনীর প্রশ্নের সমাধান করেছি এবং পাঠ্যবইয়ের আলোচনা অংশের সমাধান দ্রুত নিয়ে আসছি। এর জন্য আমাদের সাথে থাক।

**অনুশীলনী-৪**

**১. তিনটি বাস্তব উদাহরণ থেকে বহুপদী রাশি গঠন করো।**

সমাধানঃ

(i) টাকা জমানোর প্লান এর উদাহরণঃ

রহিমের কাছে 100 টাকা আছে এবং সে প্রতি মাসে 50 টাকা করে জমাতে চায়। তাহলে n মাস পর তার জমা টাকার পরিমাণ S(n) হলে, উক্ত টাকা জমানোর প্লানের বহুপদী রাশিঃ

S(n) = 50n + 100

(ii) চাল-ডালের হিসাবের উদাহরণঃ

করিম বাজারে গিয়ে দেখল প্রতি কেজি চাল ও ডালের দাম যথাক্রমে x ও y টাকা। তিনি 6 কেজি চাল ও 2 কেজি ডাল কিনলেন। তাহলে, করিম সাহেবের চাল ডাল বাবদ খরচকে আমরা নিন্মোক্ত বহুপদী রাশির মাধ্যমে প্রকাশ করতে পারি।

মোট খরচ = 6x + 2y

(iii) জমির ক্ষেত্রফলের উদাহরণঃ

সমরেশ বাবুর একখন্ড আয়তাকার জমি আছে যার দৈর্ঘ্য x ও প্রস্থ y. তাহলে, সমরেশ বাবুর জমির ক্ষেত্রফলকে আমরা বহুপদী রাশির মাধ্যমে প্রকাশ করতে পারি যা নিন্মরুপ।

জমির ক্ষেত্রফল = xy

**২. নিচের নির্দেশনা মোতাবেক বহুপদী রাশির উদাহরণ দাও।**

i) এক চলক, ত্রিমাত্রিক, দ্বিপদী

ii) এক চলক, ত্রিমাত্রিক, চতুর্পদী

iii) দুই চলক, ত্রিমাত্রিক, দ্বিপদী

iv) দুই চলক, ত্রিসমমাত্রিক, ত্রিপদী

v) চার চলক, চক্রক্রমিক, চতুর্মাত্রিক

সমাধানঃ

(i) 3x3-2x

(ii) 3x3-2x2-3x + 2

(iii) x3 + y3

(iv) x3 + x2y + xy2

(v) x4+y4+z4+m4

[আমাদের এই অংশ বা অধ্যায়ের নাম প্রকৃতি ও প্রযুক্তিতে বহুপদী রাশি, যা অনুশীলনীভিত্তিক সমাধান নিয়ে সাজানো। আমাদের সাথে থাকার জন্য ধন্যবাদ।]

**৩. উদাহরণ দাও:**

**i) সমমাত্রিক, প্রতিসম, চক্রক্রমিক বহুপদী রাশি,**

**ii) সমমাত্রিক, প্রতিসম বহুপদী রাশি কিন্তু চক্রক্রমিক নয়,**

**iii) সমমাত্রিক, চক্রক্রমিক বহুপদী রাশি কিন্তু প্রতিসম নয়,**

**iv) প্রতিসম, চক্রক্রমিক বহুপদী রাশি, কিন্তু সমমাত্রিক নয়।**

সমাধানঃ

(i) x2+y2+z2

(ii) x2+y2 – z2

(iii) xy + yz + zx

(iv) x3+y3+z3 – 3x2y2z2

**৪.**

**i) ভাগ প্রক্রিয়ার মাধ্যমে x4 - 3x2 + 1 কে 2x2 - 3 দ্বারা ভাগ করো।**

সমাধানঃ

2x2-3)  x4 - 3x2 + 1 ( ½x2 – ¾

            -(x4–3/2x2)

        ------------------------

                   -3/2x2 + 1

                  -(-3/2x2 + 9/4)

         ---------------------------

                                 -5/4

∵ নির্ণেয় ভাগফল

5/4

= ½x2 – ¾ – ------------

                        2x2-3

**ii) ভাগ প্রক্রিয়ার মাধ্যমে 5x3 - 3x - 2 কে 3x - 2 দ্বারা ভাগ করো এবং ভাগশেষ উপপাদ্য ব্যবহার করে তোমার পাওয়া ভাগশেষের সত্যতা যাচাই করো।**

সমাধানঃ

3x – 2 ) 5x3 – 3x – 2 ( 5/3x2 + 10/9x – 7/27

         – (5x3 – 10/3x2)

       -------------------------

10/3x2 – 3x

                 - ( 10/3x2 – 20/9x)

        -----------------------------

                          -7/9x – 2

                        -(-7/9x + 14/27)

       --------------------------------

                                     -68/27

∵ প্রাপ্ত ভাগশেষ = -68/27

ভাগশেষ উপপাদ্য ব্যবহার করে প্রাপ্ত ভাগশেষের সত্যতা যাচাইঃ

এখানে, P(x) = 5x3 – 3x – 2

এবং 3x – 2, P(x) এর একটি উৎপাদক।

তাহলে, x = 2/3 ধরে P(x) এর মান নির্ণয় করি।

P(2/3) = 5(2/3)3 – 3(2/3) – 2

     = 5.8/27 – 2 – 2

    = 40/27 – 4

       40 – 108

  = --------------

              27

    = -68/27

 = প্রাপ্ত ভাগশেষের সমান [সত্যতা যাচাই করা হলো]

**৫. নিচের বহুপদী রাশিগুলোর কোনটি বাস্তব মৌলিক রাশি তা নির্ণয় করো। যেগুলো বাস্তব মৌলিক রাশি নয় সেগুলোকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো।**

i) x2 - 5x - 14

সমাধানঃ

ধরি,P(x) = x2 - 5x – 14

এখন, x = 7 হলে,

P(7) = 72 – 5.7 – 14 = 49 – 35 – 14 = 49 – 49 = 0

∵ (x-7), প্রদত্ত রাশির একটি উৎপাদক, অর্থাৎ x2 - 5x – 14 একটি বাস্তব মৌলিক রাশি নয়।

উৎপাদকে বিশ্লেষণঃ

x2 - 5x – 14

= x2 – 7x + 2x -14

= x(x-7) +2(x-7)

= (x-7)(x+2)

ii) x2 - 5x + 2

সমাধানঃ

আমরা জানি,

ax2+bx+c = 0 এর ক্ষেত্রে,

       -b ± √(b2-4ac)

x = --------------------

              2a

তাহলে, x2 - 5x + 2 = 0 এর ক্ষেত্রে,

    5 ± √{(-5)2-4.1.2}

x = --------------------

              2.1

           5 ± √17

বা, x = -----------------

                   2

এখন √17 একটি অমূলদ সংখ্যা, সেহেতু x এর এই মানের জন্য x2 - 5x + 2 কে সরল বহুপদী রাশির মাধ্যমে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যাবে না। এমতাবস্থায়, x2 - 5x + 2, [x ≠ 0] দ্বিঘাত রাশিটি একটি বাস্তব মৌলিক রাশি।

iii) 2x2 + 3x + 1

সমাধানঃ

ধরি,P(x) = 2x2 + 3x + 1

এখন, x = -1 হলে,

P(-1) = 2.(-1)2 + 3.(-1) + 1 = 2 – 3 +1 = 3 – 3 = 0

∵ (x+1), প্রদত্ত রাশির একটি উৎপাদক, অর্থাৎ 2x2 + 3x + 1 একটি বাস্তব মৌলিক রাশি নয়।

**উৎপাদকে বিশ্লেষণঃ**

2x2 + 3x + 1

= 2x2 + 2x + x +1

= 2x(x+1)+1(x+1)

= (x+1)(2x+1)

iv) 3x2 + 4x – 1

সমাধানঃ

আমরা জানি,

ax2+bx+c = 0 এর ক্ষেত্রে,

    -b ± √(b2-4ac)

x = --------------------

              2a

তাহলে, 3x2 + 4x -1 = 0 এর ক্ষেত্রে,

    -4 ± √(42-4.3.-1}

x = --------------------

              2.3

           -4 ± √28

বা, x = -----------------

                   6

এখন √28 একটি অমূলদ সংখ্যা, সেহেতু x এর এই মানের জন্য 3x2 + 4x - 1 কে সরল বহুপদী রাশির মাধ্যমে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যাবে না। এমতাবস্থায়, 3x2 + 4x -1, [x ≠ 0] দ্বিঘাত রাশিটি একটি বাস্তব মৌলিক রাশি।

**৬. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:**

i) x3 - 5x + 4

সমাধানঃ

ধরি, P(x) = x3 - 5x + 4

এখন, x=1 হলে,

P(1) = 13-5.1+4 = 1 – 5 + 4 = 0

তাহলে, (x-1) হলো  x3 - 5x + 4 এর একটি উৎপাদক।

অতএব,

x3 - 5x + 4

= x2(x-1) + x(x-1) - 4(x-1)

= (x-1)(x2+x-4) [Ans.]

ii) x3 - 3x2 + 3x - 2

সমাধানঃ

ধরি, P(x) = x3 - 3x2 + 3x - 2

এখন, x= 2 হলে,

P(2) = 23 – 3.22 + 3.2 – 2 = 8 – 12 + 6 – 2 = 14 – 14 = 0

তাহলে, (x-2) হলো  x3 - 3x2 + 3x - 2 এর একটি উৎপাদক।

অতএব,

x3 - 3x2 + 3x - 2

= x2(x-2) - x(x-2) + 1(x-2)

= (x-2)(x2-x+1) [Ans.]

iii) x5 - 16xy4

সমাধানঃ

x5 - 16xy4

= x(x4-16y4)

= x{x4-(2y)4}

= x[{(x2)2-{(2y)2}2]

= x{x2+(2y)2}{(x2-(2y)2}

= x(x2+4y2)(x+2y)(x-2y) [Ans.]

**৭. একটি ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য অন্য একটি ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্যের বিপরীত গুণিতক। চৌবাচ্চা দুইটির দৈর্ঘ্যের যোগফল 3 ফুট হলে, তাদের আয়তনের যোগফল কত?**

সমাধানঃ

ধরি, ১ম ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য = x

∵ ২য় ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য = 1/x

শর্তানুসারে,

x+1/x = 3

বা, x2 + 1 = 3x [উভয়পক্ষকে x দ্বারা গুণ করে]

বা, x2-3x+1 = 0

এখন, আমরা জানি,

ax2+bx+c = 0 এর ক্ষেত্রে,

    -b ± √(b2-4ac)

x = --------------------

              2a

তাহলে, x2-3x+1 = 0 এর ক্ষেত্রে,

     3 ± √{(-3)2-4.1.1}

x = --------------------

              2.1

            3 ± √5

বা, x = -----------

               2

বা, x = 0.38196 ফুট (প্রায়) অথবা, x = 2.61803 ফুট (প্রায়)

বা, 1/x = 1/0.38196 = 2.61803 ফুট (প্রায়) অথবা, 1/x = 1/2.61803 = 0.38196 ফুট (প্রায়)

তাহলে,

ঘনক দুইটির আয়তনের যোগফল

= x3 + (1/x)3

= (0.38196)3 + (2.61803)3

= 18 ঘন ফুট (প্রায়) [Ans.]

**৮. আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:**

            x+1

i) ---------------------

      (x-1)2(x2+1)2

সমাধানঃ

এর সমাধান পরে দেওয়া হবে, ধন্যবাদ।

       x3+1

ii) ------------

        x2+1

সমাধানঃ

x2 + 1 ) x3 + 1 ( x

           -(x3 + x)

         -------------

                -x + 1

এখানে, ভাগফল = x ও ভাগশেষ = -x+1

       x3+1

∵ ------------

        x2+1

           -x+1

= x + ------------

            x2+1

            x-1

= x - ------------

            x2+1

             x-1

অর্থাৎ,  --------- হলো

            x2+1

একটি আংশিক ভগ্নাংশ।

**বাস্তব সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণ**

এই অধ্যায়টি হলো ৯ম শ্রেণির নতুন কারিকুলামের বই এর ৫ম অধ্যায় যার বিষয়বস্তু হলো সহসমীকরণ (Synchronization)। আর এই বিষয় নিয়ে বাস্তব সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণ নামে আজকের অনুশীলনীনে আমরা এই অংশে ১-৪ পর্যন্ত সমাধান করেছি যা part 1 এবং অন্য পোস্টে আমরা part 2 প্রকাশ করেছি। আমরা এই অংশে যা যা শিখব-

1. সমীকরণ জোটে অনুপাতগুলোর তুলনা, লেখচিত্রে অবস্থান, সমঞ্জস বা অসমঞ্জস এবং বীজগাণিতিক সিদ্ধান্ত
2. লেখচিত্রের মাধ্যমে সমীকরণ জোটের সমাধান
3. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটের সমাধান
4. অপনয়ন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটের সমাধান

**অনুশীলনী-৫**

**1. সহসমীকরণ a1x + b1y = c1, a2x + b2y = c2 এর সাথে তুলনা করে নিচের ছকের খালি ঘরগুলো পূরণ করো।**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ক্রমিক নং | সমীকরণ জোট | a1/a2 | b1/b2 | c1/c2 | অনুপাত গুলোর তুলনা | লেখচিত্রে অবস্থান | সমঞ্জস/ অসমঞ্জস | বীজগাণিতিক সিদ্ধান্ত |
| (i) | x+3y=1 2x+6y=2 | ½ | 3/6 = ½ | ½ | a1/a2 =b1/b2 =c1/c2 | দুইটি সমাপতিত সরলরেখা | সমঞ্জস | অসংখ্য সাধারণ সমাধান আছে |
| (ii) | 2x-5y=3 x+3y=1 | 2 | -5/3 | 3 | a1/a2 ≠b1/b2 | দুইটি পরস্পর চ্ছেদী সরলরেখা | সমঞ্জস | একটি মাত্র সাধারণ সমাধান আছে |
| (iii) | 2x-4y=7 x-3y=-2 | 2 | 4/3 | 7/-2 | a1/a2 ≠b1/b2 | দুইটি পরস্পর চ্ছেদী সরলরেখা | সমঞ্জস | একটি মাত্র সাধারণ সমাধান আছে |
| (iv) | -½x-y=0 x-2y=1 | -½ | ½ | 0 | a1/a2 ≠b1/b2 | দুইটি পরস্পর চ্ছেদী সরলরেখা | সমঞ্জস | একটি মাত্র সাধারণ সমাধান আছে |

**2. নিচের প্রতিজোড়া সমীকরণগুলোর মধ্যে যেগুলো সমাধানযোগ্য তাদের লেখচিত্র এঁকে সমাধান করো এবং অসংখ্য সমাধানের ক্ষেত্রে কমপক্ষে তিনটি সমাধান লেখো।**

(i)

2x+y=8

2x-2y=5

সমাধানঃ

সহসমীকরণ a1x + b1y = c1, a2x + b2y = c2 এর সাথে প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে তুলনা করে পাই,

a1/a2 = 2/2 = 1

b1/b2 = 1/-2 = - ½

c1/c2 = 8/5

অর্থাৎ, a1/a2 ≠ b1/b2

∵ সমীকরণদ্বয়ের একটি মাত্র সমাধান আছে বা এটি সমাধানযোগ্য।

লেখচিত্র এঁকে সমাধানঃ

2x+y=8

বা, y = 8 – 2x ……(i)

এখন, (i) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

ছক-১

|  |  |
| --- | --- |
| x এর মান | y এর মান |
| 1 | 6 |
| 2 | 4 |
| 3 | 2 |

আবার,

2x-2y=5

বা, -2y = 5-2x

বা, 2y = 2x-5

বা, y = (2x-5)/2……(ii)

এখন, (ii) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

ছক-২

|  |  |
| --- | --- |
| x এর মান | y এর মান |
| 1 | -1.5 |
| 2 | -0.5 |
| 3.5 | 1 |

এবার ছক কাগজে x ও y অক্ষ বরাবর প্রতি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরে ছক-১ এর জন্য (1,6), (2,4) ও (3,2) এবং ছক-২ এর জন্য (1,-1.5), (2,-0.5) ও (3.5,1) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। ছক-১ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত একটি সরলরেখা পাই এবং ছক-২ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত আরেকটি সরলরেখা পাই।

উৎপন্ন সরলরেখাদ্বয় পরস্পরকে (3.5,1) বিন্দুতে ছেদ করে।

অতএব, নির্নেয় সমাধানঃ (x,y)=(1,7/2)

(ii)

2x+5y=-14

4x-5y=17

সমাধানঃ

সহসমীকরণ a1x + b1y = c1, a2x + b2y = c2 এর সাথে প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে তুলনা করে পাই,

a1/a2 = 2/4 = ½

b1/b2 = 5/-5 = -1

c1/c2 = -14/17

অর্থাৎ, a1/a2 ≠ b1/b2

∵ সমীকরণদ্বয়ের একটি মাত্র সমাধান আছে বা এটি সমাধানযোগ্য।

লেখচিত্র এঁকে সমাধানঃ

2x+5y=-14

বা, 5y = -14-2x

বা, y = (-14-2x)/5 …….(i)

এখন, (i) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

ছক-১

|  |  |
| --- | --- |
| x এর মান | y এর মান |
| -7 | 0 |
| -2 | -2 |
| 0.5 | -3 |

আবার,

4x-5y=17

বা, -5y = 17-4x

বা, 5y = 4x-17

বা, y = (4x-17)/5……(ii)

এখন, (ii) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

ছক-২

|  |  |
| --- | --- |
| x এর মান | y এর মান |
| 0.5 | -3 |
| 3 | -1 |
| 8 | 3 |

এবার ছক কাগজে x ও y অক্ষ বরাবর প্রতি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরে ছক-১ এর জন্য (-7,0), (-2,-2) ও (0.5,-3) এবং ছক-২ এর জন্য (0.5,-3), (3,-1) ও (8,3) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। ছক-১ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত একটি সরলরেখা পাই এবং ছক-২ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত আরেকটি সরলরেখা পাই।

উৎপন্ন সরলরেখাদ্বয় পরস্পরকে (0.5,-3) বিন্দুতে ছেদ করে।

অতএব, নির্নেয় সমাধানঃ (x,y)=(0.5,-3)

(iii)

x/2+y/3=8

5x/4-3y=-3

সমাধানঃ

সহসমীকরণ a1x + b1y = c1, a2x + b2y = c2 এর সাথে প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে তুলনা করে পাই,

a1/a2 = ½ ÷ 5/4 = 2/5

b1/b2 = 1/3 ÷ -3 = -1/9

c1/c2 = -8/3

অর্থাৎ, a1/a2 ≠ b1/b2

∵ সমীকরণদ্বয়ের একটি মাত্র সমাধান আছে বা এটি সমাধানযোগ্য।

লেখচিত্র এঁকে সমাধানঃ

x/2+y/3=8

বা, 3x+2y=48 [6 দ্বারা গুণ করে]

বা, 2y = 48-3x

বা, y = (48-3x)/2…….(i)

এখন, (i) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

ছক-১

|  |  |
| --- | --- |
| x এর মান | y এর মান |
| 10 | 9 |
| 8 | 12 |
| 12 | 6 |

আবার,

5x/4-3y=-3

বা, 5x-12y=-12

বা, -12y = -12-5x

বা, 12y = 12+5x

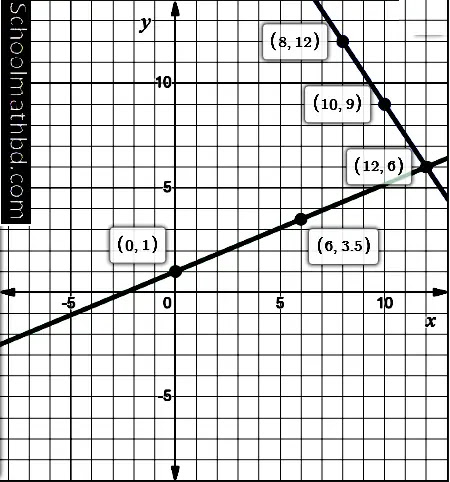
বা, y = (12+5x)/12……(ii)

এখন, (ii) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

ছক-২

|  |  |
| --- | --- |
| x এর মান | y এর মান |
| 12 | 6 |
| 6 | 3.5 |
| 0 | 1 |

এবার ছক কাগজে x ও y অক্ষ বরাবর প্রতি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরে ছক-১ এর জন্য (10,9), (8,12) ও (12,6) এবং ছক-২ এর জন্য (12,6), (6,3.5) ও (0,1) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। ছক-১ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত একটি সরলরেখা পাই এবং ছক-২ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত আরেকটি সরলরেখা পাই।



উৎপন্ন সরলরেখাদ্বয় পরস্পরকে (12,6) বিন্দুতে ছেদ করে।

অতএব, নির্নেয় সমাধানঃ(x,y)=(12,6)

(iv)

-7x+8y=9

5x-4y=-3

সমাধানঃ

সহসমীকরণ a1x + b1y = c1, a2x + b2y = c2 এর সাথে প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে তুলনা করে পাই,

a1/a2 = -7/5

b1/b2 = -8/4 = -2

c1/c2 = -9/3= -3

অর্থাৎ, a1/a2 ≠ b1/b2

∵ সমীকরণদ্বয়ের একটি মাত্র সমাধান আছে বা এটি সমাধানযোগ্য।

লেখচিত্র এঁকে সমাধানঃ

-7x+8y=9

বা, 8y = 9+7x

বা, y = (9+7x)/8 …….(i)

এখন, (i) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

ছক-১

|  |  |
| --- | --- |
| x এর মান | y এর মান |
| 1 | 2 |
| 5 | 5.5 |
| 9 | 9 |

আবার,

5x-4y=-3

বা, -4y = -3-5x

বা, 4y = 3+5x

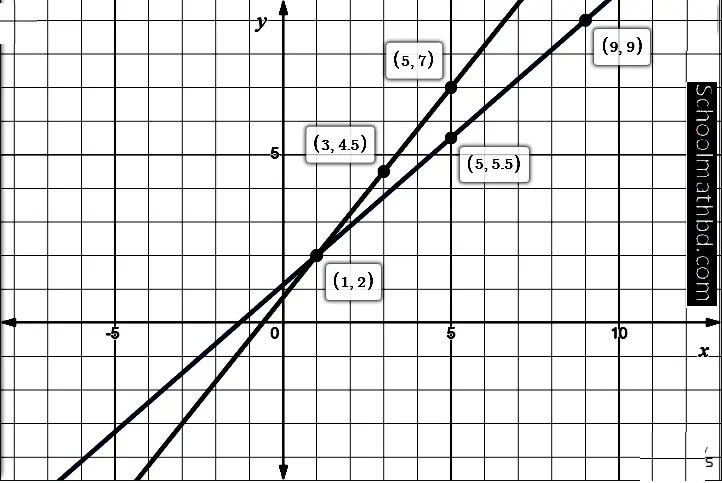
বা, y = (3+5x)/4……(ii)

এখন, (ii) নং এ x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করি।

ছক-২

|  |  |
| --- | --- |
| x এর মান | y এর মান |
| 1 | 2 |
| 3 | 4.5 |
| 5 | 7 |

এবার ছক কাগজে x ও y অক্ষ বরাবর প্রতি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে এক একক ধরে ছক-১ এর জন্য (1,2), (5,5.5) ও (9,9) এবং ছক-২ এর জন্য (1,2), (3,4.5) ও (5,7) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। ছক-১ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত একটি সরলরেখা পাই এবং ছক-২ এর স্থাপিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করি ফলত আরেকটি সরলরেখা পাই।



উৎপন্ন সরলরেখাদ্বয় পরস্পরকে (1,2) বিন্দুতে ছেদ করে।

অতএব, নির্নেয় সমাধানঃ (x,y) = (1,2)

**3. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান করো:**

(i)

7x-3y=31

9x-5y=41

সমাধানঃ

7x-3y=31…..(i)

9x-5y=41….(ii)

(i) নং হতে,

7x = 31+3y

বা, x = (31+3y)/7…..(iii)

এখন, x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

9.(31+3y)/7 – 5y = 41

বা, (279+27y)/7 – 5y = 41

বা, 27y+279-35y = 287 [উভয়পক্ষকে 7 দ্বারা গুণ করে]

বা, -8y+279 = 287

বা, -8y = 287-279

বা, -8y = 8

বা, y = -1

এখন, y এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

x = (31+3.-1)/7

বা, x = (31-3)/7

বা, x = 28/7 = 4

অতএব, নির্নেয় সমাধানঃ (x,y) = (4,-1)

(ii)

(x+2)(y-3)=y(x-1)

5x-11y-8=0

সমাধানঃ

(x+2)(y-3)=y(x-1)…..(i)

5x-11y-8=0…..(ii)

(i) নং হতে পাই,

xy+2y-3x-6 = xy-y

বা, xy+2y-3x-6-xy+y = 0

বা, 3y = 3x+6

বা, y=x+2…….(iii)

এখন, y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

5x-11(x+2)-8=0

বা, 5x-11x-22-8=0

বা, -6x = 22+8

বা, -6x = 30

বা, x = -5

এখন, x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

y=-5+2 = - 3

অতএব, নির্নেয় সমাধানঃ (x,y) = (-5,-3)

(iii)

x/a+y/b=2

ax+by=a2+b2

সমাধানঃ

x/a+y/b=2….(i)

ax+by=a2+b2…..(ii)

(i) নং হতে পাই,

xb+ya=2ab [(i) নং এর উভয়পক্ষকে ab দ্বারা গুণ করে]

বা, xb=2ab-ya

বা, x = 2a-ya/b….(iii) [উভয়পক্ষকে b দ্বারা ভাগ করে]

এখন x এর এই মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

a(2a-ya/b)+by=a2+b2

বা, a.2a-(ya/b).a+by=a2+b2

বা, -(ya/b).a= a2+b2 – a.2a – by

বা, -(ya/b).a= a2+b2 – 2a2 - by

বা, -(ya/b).a= b2 – a2 - by

বা, -ya.a = b(b2 – a2 – by)

বা, -ya2 = b3 – a2b – b2y

বা, -ya2+b2y = b(b2-a2)

বা, y(b2-a2) = b(b2-a2)

বা, y = b

এখন, b এর এই মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

x = 2a-ba/b

বা, x = 2a – a = a

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y)=(a,b)

(iv)

x/14+y/18=1

(x+y)/2+(3x+5y)/2 = 2

সমাধানঃ

x/14+y/18=1……(i)

(x+y)/2+(3x+5y)/2 = 2….(ii)

(ii) নং এর উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

x+y+3x+5y = 4

বা, 4x+6y = 4

বা, 2x+3y = 2

বা, 2x = 2-3y

বা, x = (2-3y)/2….(iii)

এখন x এর এই মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

(2-3y)/28+y/18=1

বা, 9(2-3y)+14y = 252 [উভয়পক্ষকে 252 দ্বারা গুণ করে]

বা, 18-27y+14y = 252

বা, -13y = 252-18

বা, -13y = 234

বা, y = -18

এখন, y এর এই মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

x = {2-3\*(-18)}/2 = (2+54)/2 = 56/2 = 28

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y)=(28,-18)

v) p(x + y) = q(x - y) = 2pq

সমাধানঃ

p(x + y) = 2pq…..(i)

q(x - y) = 2pq…..(ii)

(i) নং হতে পাই,

x+y=2q

বা, x = 2q-y ……(iii)

এখন, x এর এই মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

q(2q-y - y) = 2pq

বা, q(2q-2y) = 2pq

বা, q2(q-y) = 2pq

বা, (q-y) = p

বা, -y = p-q

বা, y = q-p

এখন, y এর এই মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

x = 2q-(q-p) = 2q-q+p = q+p

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y)=(q+p,q-p)

**4. অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান করো।**

(i)

3x-5y=-9

5x-3y=1

সমাধানঃ

3x-5y=-9

বা, 9x-15y = -27 …(i) [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

আবার,

5x-3y=1

বা, 25x-15y=5…..(ii) [উভয়পক্ষকে 5 দ্বারা গুণ করে]

এখন, (ii) – (i) করে পাই,

16x = 32

বা, x = 2

এখন,(ii) নং এ x=2 বসিয়ে পাই,

25x-15y=5

বা, 25.2 – 15y = 5

বা, 50 – 15y = 5

বা, -15y = 5 - 50

বা, -15y = -45

বা, y = 3

অতএব, নির্নেয় সমাধানঃ (x,y)=(2,3)

(ii)

x+1     4

---- = ----

y+1      5

x-5

---- = ½

y-5

সমাধানঃ

x+1      4

----- = ----

y+1      5

বা, 5(x+1) = 4(y+1)

বা, 5x+5 = 4y+4

বা, 5x-4y = 4-5

বা, 5x-4y = -1……(i)

আবার,

x-5

---- = ½

y-5

বা, 2(x-5) = 1(y-5)

বা, 2x-10 = y-5

বা, 2x-y = -5+10

বা, 2x-y = 5

বা, 8x-4y = 20……(ii) [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

এখন, (i) – (ii) করে পাই,

-3x = -1-20

বা, -3x = -21

বা, x = 7

এখন, x=7, (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

8.7-4y = 20

বা, 56-4y = 20

বা, -4y = 20 – 56

বা, -4y = -36

বা, y = 9

অতএব, নির্নেয় সমাধানঃ (x,y)=(7,9)

(iii)

2x+3/y=5

5x-2/y=3

সমাধানঃ

2x+3/y=5

বা, 4x+6/y=10…..(i) [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

আবার,

5x-2/y=3

বা, 15x-6/y=9…..(ii) [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করে]

এখন, (i)+(ii) যোগ করে পাই,

19x = 19

বা, x = 1

এখন, x=1, এই মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

15.1-6/y=9

বা, -6/y=9-15

বা, -6/y= -6

বা, -6y = -6

বা, y = 1

অতএব, নির্নেয় সমাধানঃ (x,y)=(1,1)

(iv)

ax+by=1

bx+ay=2ab/(a2+b2)

সমাধানঃ

ax+by=1

বা, abx+b2y=b…..(i) [উভয়পক্ষকে b দ্বারা গুণ করে]

আবার,

bx+ay=2ab/(a2+b2)

বা, abx+a2y=2a2b/(a2+b2)….(ii) [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

এখন, (ii) – (i) করে পাই,

a2y- b2y =2a2b/(a2+b2) – b

                  2a2b-b(a2+b2)

বা, y(a2-b2)=---------------

                    a2+b2

                  2a2b-a2b-b3

বা, y(a2-b2)=---------------

                    a2+b2

                    a2b-b3

বা, y(a2-b2)=---------------

                     a2+b2

                    b(a2-b2)

বা, y(a2-b2)=---------------

                      a2+b2

             b

বা, y=------------

           a2+b2

এখন, ax+by=1 সমীকরণে y এর প্রাপ্ত মান বসিয়ে পাই,

ax+b.b/(a2+b2)=1

     ax(a2+b2)+b2

বা, ------------- = 1

        a2+b2

বা, ax(a2+b2)+b2 = a2+b2

বা, ax(a2+b2) = a2+b2-b2

বা, ax(a2+b2) = a2

বা, x(a2+b2) = a

             a

বা, x=------------

           a2+b2

অতএব, নির্নেয় সমাধানঃ

         a

x=------------ এবং

       a2+b2

         b

y=----------

       a2+b2

**5. আড়গুণন বা বজ্রগুণন পদ্ধতিতে সমাধান করো।**

(i)

3x-2y=2

7x+3y=43

সমাধানঃ

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে আমরা নিন্মরুপে লিখতে পারিঃ

3x-2y-2=0

7x+3y-43=0

তাহলে, বজ্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

        x                       1

------------------ = ---------------

(-2)(-43)-(-2)(3)   (3)(3)-(7)(-2)

          x            1

বা, -------- = ----------

     86-(-6)    9-(-14)

       x         1

বা, ----- = -------

      92       23

বা, 23x = 92

বা, x = 4

আবার,

        y                       1

------------------ = -------------

(-2)(7)-(-43)(3)   (3)(3)-(7)(-2)

          y               1

বা, ----------- = ----------

    -14-(-129)     9-(-14)

       y         1

বা, ----- = -------

     115      23

বা, 23y = 115

বা, y = 5

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y) = (4,5)

(ii)

x/2+y/3=8

5x/4-3y=-3

সমাধানঃ

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে আমরা নিন্মরুপে লিখতে পারিঃ

x/2+y/3 – 8 = 0

5x/4-3y + 3 = 0

তাহলে, বজ্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

        x                       1

---------------- = -------------------

(1/3)(3)-(-3)(-8)   (½)(-3)-(5/4)(1/3)

          x            1

বা, -------- = ----------

     1-(24)   -3/2-(5/12)

       x           1

বা, ------ = -------

     -23      -23/12

বা, -23/12.x = -23

বা, -23x = -23\*12

বা, x = 12

আবার,

        y                       1

----------------    = ---------------

(-8)(5/4)-(3)(1/2)   (½)(-3)-(5/4)(1/3)

          y            1

বা, -------- = ----------

    -10-(3/2)  -3/2-(5/12)

         y           1

বা, ------ = -------

      -23/2       -23/12

বা, -23/12.y = 23/2

বা, y = -23/2. -12/23

বা, y = 6

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y) = (12,6)

(iii)

px+qy=p2+q2

2qx-py=pq

সমাধানঃ

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে আমরা নিন্মরুপে লিখতে পারিঃ

px+qy-p2-q2=0

2qx-py-pq=0

তাহলে, আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

        x                            1

------------------- = ----------------

(q)(-pq)-(-p)(-p2-q2)  (p)(-p)-(2q)(q)

           x                  1

বা, ----------- = ----------

     -pq2-p3-pq2  -p2-2q2

         x            1

বা, -------- = -------

    -2pq2-p3   -p2-2q2

         x             1

বা, --------- = -------

    p(-2q2-p2)   -p2-2q2

বা, x/p = 1

বা, x = p

আবার,

        y                            1

------------------- = ----------------

(-p2-q2)(2q)-(-pq)(p)  (p)(-p)-(2q)(q)

           y                   1

বা, -------------- = ----------

    -2p2q-2q3+p2q  -p2-2q2

         y             1

বা, --------- = -------

    -p2q-2q3   -p2-2q2

         y             1

বা, --------- = -------

    q(-p2-2q2)   -p2-2q2

বা, y/q = 1

বা, y = q

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y) = (p,q)

(iv)

ax-by=ab

bx-ay=ab

সমাধানঃ

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে আমরা নিন্মরুপে লিখতে পারিঃ

ax-by-ab=0

bx-ay-ab=0

তাহলে, আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

        x                        1

----------------- = --------------

(-b)(-ab)-(-a)(-ab)   (a)(-a)-(b)(-b)

          x               1

বা, -------- = ----------

     ab2-a2b     -a2+b2

         x            1

বা, ------ = -----------

   ab(b-a)    (b-a)(b+a)

বা, x(b-a)(b+a) = ab(b-a)

বা, x(b+a) = ab

             ab

বা, x = ---------

            a+b

আবার,

       y                      1

-------------- = --------------

(-ab)b-(-ab)a   (a)(-a)-(b)(-b)

          y               1

বা, -------- = ----------

    -ab2+a2b     -a2+b2

         y            1

বা, ------ = -----------

   ab(a-b)    (b-a)(b+a)

বা, y(b-a)(b+a) = ab(a-b)

বা, y(b-a)(b+a) = -ab(b-a)

বা, y(b+a) = -ab

            -ab

বা, y = ---------

            a+b

অতএব, নির্নেয় সমাধানঃ

         ab

x = --------- এবং

         a+b

         -ab

y = ---------

         a+b

**6. অপুর একটি আয়তাকার সবজি বাগান আছে। বাগানটির পরিসীমা 120 মিটার। প্রস্থকে দ্বিগুণ করলে এবং দৈর্ঘ্য থেকে 3 মিটার কমালে পরিসীমা হয় 150 মিটার।**

**ক) বাগানটি 3 পাশে ঘেরা আছে এবং দৈর্ঘ্য বরাবর এক পাশে ফাঁকা আছে। ফাঁকা পাশ বেড়া দিয়ে ঘিরে দিতে প্রতি মিটার 10 টাকা হিসাবে মোট কত টাকা খরচ হবে?**

**খ) যদি প্রতি বর্গমিটারে জৈবিক সারের জন্য 7 টাকা খরচ হয়, তাহলে সার বাবদ অপুর মোট কত টাকা খরচ হবে?**

সমাধানঃ

ধরি,

অপুর আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য = x মিটার এবং প্রস্থ = y মিটার।

তাহলে, শর্তমতে,

2(x+y) = 120 ……(i)

2{2y+(x-3)} = 150……(ii)

এখন, (i) নং থেকে পাই,

x+y = 60

বা, x = 60-y ….(iii)

x = 60-y, (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

2{2y+(60-y-3)} = 150

বা, 2y+(60-y-3) = 75

বা, 2y+60-y-3 = 75

বা, y = 75 – 60 + 3

বা, y = 18

y এর এই মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

x = 60 – 18 = 42

ক)

আমরা, উপরোক্ত সমাধান প্রক্রিয়া থেকে বাগানের দৈর্ঘ্য পাই, x = 42 মিটার।

ক এর শর্ত অনুসারে বাগানের দৈর্ঘ্য বরাবর এক পাশ ফাঁকা আছে অর্থাৎ 42 মিটার ফাঁকা আছে।

এখন,

1 মিটার বেড়া দিতে খরচ হয় 10 টাকা

∴ 42 মিটার বেড়া দিতে খরচ হয় 10\*42 টাকা = 420 টাকা।

খ)

বাগানের দৈর্ঘ্য x = 42 মিটার এবং প্রস্থ y = 18 মিটার।

∴ বাগানের ক্ষেত্রফল = 42\*18 বর্গ মিটার = 756 বর্গ মিটার।

এখন,

1 বর্গমিটারে জৈবিক সারের জন্য খরচ হয় 7 টাকা

∴ 756 বর্গমিটারে জৈবিক সারের জন্য খরচ হয় 7\*756 টাকা = 5292 টাকা।

**7. x2 – 3 = 0 সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয় করো এবং সমাধান করো।**

সমাধানঃ

আমরা জানি,

দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শ রূপঃ ax2 + bx + c = 0

∵ প্রদত্ত সমীকরণের আদর্শ রুপঃ 1.x2+0.x + (-3) = 0

তাহলে, প্রদত্ত সমীকরনের নিশ্চায়কঃ b2-4ac = 02-4.1.(-3) = 12

এখন, 12 > 0 এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়।

তাহলে, প্রদত্ত সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ [মূলের প্রকৃতি নির্নয় করা হলো]।

সমাধানঃ

দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শ রূপ অনুসারে:

      -b±√(b2-4ac)

x= ----------------

            2a

         -0±√{02-4.1.(-3)}

বা, x = -------------------

                  2.1

            ± √12

বা, x = -----------

               2

           ± √(4.3)

বা, x= -----------

               2

          ± 2√3

বা, x= -----------

              2

বা, x= ± √3

সুতরাং, সমীকরণটির মূল দুইটিঃ x1 = √3 এবং x2 =-√3

**8. 3x2 - 2x - 1 = 0 সমীকরণটি সূত্রের সাহায্যে সমাধান করো। আবার সমীকরণটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে দেখাও যে, উভয় পদ্ধতিতে একই সমাধান পাওয়া যায়।**

সমাধানঃ

3x2 - 2x - 1 = 0 কে ax2+bx+c=0 সমীকরণের সাথে তুলনা করলে পাই,

a = 3, b = -2, c = -1

তাহলে,

      -b±√(b2-4ac)

x= ----------------

               2a

         -(-2)±√{(-2)2-4.3.(-1)}

বা, x = -----------------------

                   2.3

           2±√(4+12)

বা, x = -----------

               6

            2±√16

বা, x= -----------

               6

             2±4

বা, x= ----------

              6

সুতরাং, x1 = (2+4)/6 = 1 এবং, x2 = (2-4)/6 = -2/6 = -1/3

**লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধানঃ**

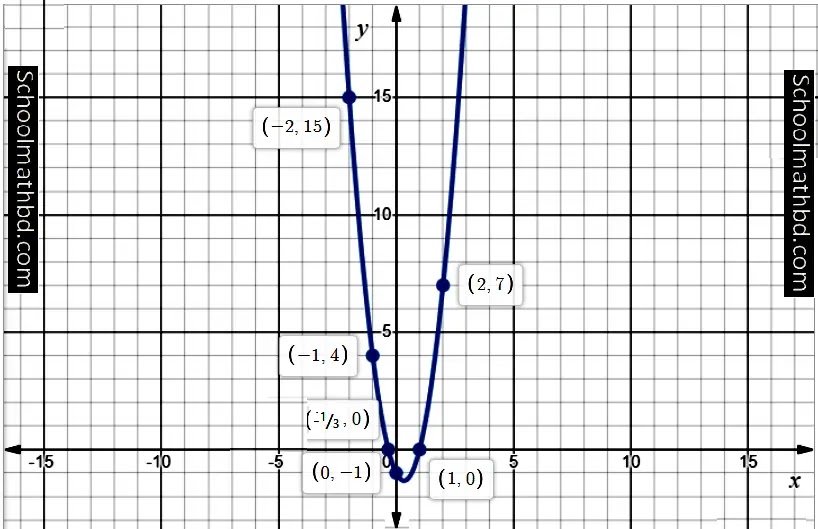
মনে করি,

y = 3x2 - 2x – 1

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

|  |  |
| --- | --- |
| **x** | **y** |
| -2 | 15 |
| -1 | 4 |
| 0 | -1 |
| 1 | 0 |
| 2 | 7 |
| -1/3 | 0 |

গ্রাফ কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে উপরের বিন্দুগুলো স্থাপন করে নিন্মের লেখচিত্রটি অংকন করি।



লক্ষ করি, লেখচিত্রটি x অক্ষকে (-1/3,0) ও (1,0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। অর্থাৎ এই বিন্দুদ্বয়ের মানই প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান।

সুতরাং, x1 = 1 এবং, x2 = -1/3

অতএব, সূত্রের সাহায্যে ও লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে দেখা গেল উভয় পদ্ধতিতে একই ফলাফল পাওয়া যায় (দেখানো হলো)।

**9. সেতুর মা বাড়িতে হাঁস ও মুরগী পালন করে। তিনি 5000 টাকা দিয়ে 25টি হাঁসের বাচ্চা এবং 30টি মুরগীর বাচ্চা কিনলেন। যদি তিনি একই দরে 20 টি হাঁসের বাচ্চা এবং 40টি মুরগীর বাচ্চা কিনতেন তবে তাঁর 500 টাকা কম খরচ হত।**

**ক) একটি হাঁসের বাচ্চা ও একটি মুরগীর বাচ্চার দাম কত?**

**খ) কিছুদিন লালনপালনের পরে প্রতিটি হাঁস 250 টাকা এবং প্রতিটি মুরগী 160 টাকা দরে বিক্রি করলে তাঁর মোট কত টাকা লাভ হবে?**

সমাধানঃ

(ক)

মনে করি,

সেতুর মা যেসকল হাঁসের বাচ্চা কেনেন তার প্রতিটার মূল্য = x টাকা এবং যেসকল মুরুগীর বাচ্চা কেনেন তার প্রতিটার মূল্য = y টাকা।

তাহলে ১ম শর্ত মতে,

25x+30y = 5000

বা, 5(5x+6y)=5000

বা, 5x+6y = 1000…….(i)

এবং ২য় শর্ত মতে,

20x+40y = 5000 – 500

বা, 20x+40y = 4500

বা, 20(x+2y)=4500

বা, x+2y = 225

বা, x = 225-2y…..(iii)

এখন, x = 225-2y, (i) নং এ বসিয়ে পাই,

5(225-2y)+6y = 1000

বা, 1125 – 10y + 6y = 1000

বা, -4y = 1000 – 1125

বা, -4y = -125

বা, y = 31.25

x = 225-2y = 225 – 2\*31.25 = 162.50

অতএব, একটি হাঁসের বাচ্চা 162.50 টাকা ও একটি মুরগীর বাচ্চার দাম 31.25 টাকা।

খ)

সেতুর মায়ের ক্রয়কৃত হাঁসের বাচ্চার সংখ্যা = 25 টি এবং ক্রয়কৃত মুরগির বাচ্চার সংখ্যা = 30 টি।

কিছুদিন লালন পালনের পর ক্রয়কৃত ১টি হাঁসের বিক্রয় মূল্য 250 টাকা হলে 25 টি হাঁসের বিক্রয় মূল্য = 250\*25 টাকা = 6250 টাকা।

আবার,

কিছুদিন লালন পালনের পর ১ টি মুরগির বিক্রয় মূল্য 160 টাকা হলে 30 টি হাঁসের বিক্রয় মূল্য = 160\*30 টাকা = 4800 টাকা।

তাহলে, মোট বিক্রিত মূল্য = 6250 + 4800 টাকা = 11050 টাকা।

কিন্তু, এগুলোর ক্রয়মূল্য ছিল = 5000 টাকা।

অতএব, সেতুর মায়ের লাভ হলোঃ (11050 - 5000) টাকা = 5050 টাকা।

**10. নিচের সহসমীকরণের সমাধান করো:**

**y = x2 - 2x - 3**

**x - 3y + 1 = 0**

সমাধানঃ

y = x2 - 2x – 3……(i)

x - 3y + 1 = 0……(ii)

(i) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

x – 3(x2-2x-3) + 1 =0

বা, x – 3x2+6x+9 + 1 = 0

বা, -3x2+7x+10 = 0

বা, 3x2 – 7x – 10 = 0

বা, 3x2 + 3x - 10x – 10 = 0

বা, 3x(x+1) - 10(x+1) = 0

বা, (x+1)(3x-10) = 0

বা, 3x-10 = 0 অথবা, x+1=0

বা, 3x = 10       বা, x = -1

বা, x = 10/3

এখন, x = -1; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

y = (-1)2 – 2.(-1) – 3 = 1+2-3 = 0

এবং x = 10/3; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

y = (10/3)2 – 2.(10/3) – 3 = 100/9 - 20/3 – 3 =  13/9

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y) = (-1,0),(10/3,13/9)

**11. নিজের মতো করে দুই চলকবিশিষ্ট 3 সেট (একটি সরল ও একটি দ্বিঘাত) সহসমীকরণ গঠন করো এবং সমাধান করো।**

সমাধানঃ

গঠনকৃত সহসমীকরণের ১ম সেটঃ

y = x2 - x - 2 …….(i)

x - 2y + 5 = 0……..(ii)

সমাধান প্রক্রিয়াঃ

(i) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

x – 2(x2 - x - 2) + 5 = 0

বা, x – 2x2 + 2x + 4 + 5 = 0

বা, -2x2+3x+9 = 0

বা, 2x2-3x-9 = 0

বা, 2x2-6x+3x-9 = 0

বা, 2x(x-3)+3(x-3)

বা, (2x+3)(x-3) = 0

বা, 2x+3 = 0 অথবা, x-3 = 0

বা, 2x = -3   বা, x = 3

বা, x = -3/2

এখন, x = 3; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

y = 32 – 3 – 2 = 9-3-2 = 4

এবং x = 10/3; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

y = (-3/2)2 – (-3/2)– 2 = 9/4 + 3/2 – 2 =  7/4

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y) = (3,4),(-3/2,7/4)

গঠনকৃত সহসমীকরণের ২য় সেটঃ

y = x2 - 3x + 2 …….(i)

x - y - 1 = 0……..(ii)

সমাধান প্রক্রিয়াঃ

(i) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

x – (x2 -3 x + 2) - 1 = 0

বা, x – x2 + 3x - 2 - 1 = 0

বা, -x2+4x-3 = 0

বা, x2-4x+3 = 0

বা, x2-3x-x+3 = 0

বা, x(x-3)-1(x-3)

বা, (x-1)(x-3) = 0

বা, x-3 = 0 অথবা, x-1 = 0

বা, x = 3   বা, x = 1

এখন, x = 3; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

y = 32 – 3.3 + 2 = 9 – 9 + 2 = 2

এবং x =1; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

y = 12 – 3.1 + 2 = 1 – 3 + 2 = 0

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y) = (3,2),(1,0)

গঠনকৃত সহসমীকরণের ৩য় সেটঃ

y = 2x2 -2x - 3…….(i)

x - y - 4 = 0……..(ii)

সমাধান প্রক্রিয়াঃ

(i) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

x – (2x2 -2x - 3) - 4 = 0

বা, x – 2x2 + 2x + 3 - 4 = 0

বা, -2x2+3x-1 = 0

বা, 2x2-3x+1 = 0

বা, 2x2-x-2x+1 = 0

বা, x(2x-1)-1(2x-1)

বা, (x-1)(2x-1) = 0

বা, 2x-1 = 0 অথবা, x-1 = 0

বা, 2x = 1   বা, x = 1

বা, x = ½

এখন, x = 1; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

y = 2.12 -2.1 – 3 = 2 – 2 – 3 = -3

এবং x = ½; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

y = 2.(½)2 -2.½ – 3 = ½ -1 – 3 = -8/2 = -7/2

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ (x,y) = (1,-3),(½,-7/2)

**পরিমাপে ত্রিকোণমিতি**

বন্ধুরা, আমরা এই পোস্টে ৯ম শ্রেণির গণিতের ষষ্ট অনুশীলনীর সমাধান নিয়ে এসেছি যার নাম রাখা হয়েছে পরিমাপে ত্রিকোণমিতি। এখানে মোট ১০টি প্রশ্ন আছে। এখানে আমরা যা যা শিখতে পারব- (i) ত্রিকোণমিতিক কোণের পরিমাপ পদ্ধতি, (ii) sinθ, cosθ, tanθ, cotθ, secθ, cscθ এর মান নির্নয়, (iii) উন্নতি কোণের সাপেক্ষে দৈর্ঘ্য নির্নয়, (iv) অবনতি কোনের সাপেক্ষে দৈর্ঘ্য নির্নয়। তোমরা এখানে শুধুমাত্র অনুশীলনী অংশের সমাধান এখানে পাবে, পরিমাপে ত্রিকোণমিতি আলোচনা অংশের সমাধান পরে যুক্ত করা হবে, তোমরা যদি সমাধানে কোন বিভ্রান্তি লক্ষ কর বা আরও উন্নতি করার কিছু থাকে তবে আমাদেরকে লিখে জানাও।

অনুশীলনী – ৬

**১. cosθ = 3/4 হলে, θ কোণের অন্যান্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

আমরা জানি,

sin2θ + cos2θ= 1

বা, sin2θ= 1 - cos2θ

বা, sin2θ= 1 – (3/4)2 [cosθ = 3/4; দেওয়া আছে]

বা, sin2θ= 1 – 9/16

বা, sin2θ= 7/16

বা, sinθ= √7/4

আবার,

           sinθ

tanθ = ------

           cosθ

√7/4

বা, tanθ = ------

3/4

বা, tanθ = √7/3

আবার,

            1

cotθ = ------

          tanθ

                 1

বা, cotθ = ------

√7/3

বা, cotθ = 3/√7

আবার,

            1

secθ = ------

          cosθ

                 1

বা, secθ = ------

3/4

বা, secθ = 4/3

আবার,

            1

cscθ = ------

           sinθ

                 1

বা, cscθ = ------

√7/4

বা, cscθ = 4/√7

**২. 12cotθ = 7 হলে cosθ ও cscθ এর মান বের করো।**

সমাধানঃ

12cotθ = 7

বা, cotθ = 7/12

বা, tanθ = 12/7

বা, sinθ/cosθ = 12/7

বা, 12cosθ = 7sinθ

বা, 144cos2θ = 49sin2θ [বর্গ করে] …… (i)

বা, 144cos2θ = 49(1-cos2θ) [∵sin2θ+cos2θ =1]

বা, 144cos2θ = 49 – 49cos2θ

বা, 144cos2θ + 49cos2θ = 49

বা, 193cos2θ = 49

বা, cos2θ = 49/193

বা, cosθ = 7/√193

আবার, (i) নং থেকে পাই,

144(1-sin2θ) = 49sin2θ

বা, 144 – 144sin2θ = 49sin2θ

বা, 144 = 49sin2θ + 144sin2θ

বা, 144 = 193sin2θ

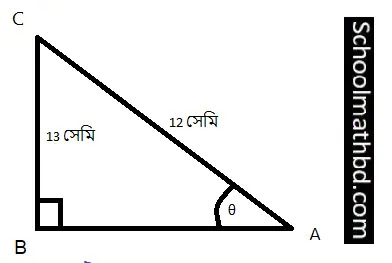
বা, sin2θ = 144/193

বা, csc2θ = 193/144

বা, cscθ = √193/12

**৩. ∆ABC সমকোণী ত্রিভুজের ∠B = 90°, AC = 12 সেমি, BC = 13 সেমি এবং ∠BAC = θ হলে, sinθ, secθ ও tanθ এর মান বের করো।**

সমাধানঃ



দেওয়া আছে,

∆ABC সমকোণী ত্রিভুজের ∠B = 90°, AC = 12 সেমি, BC = 13 সেমি এবং ∠BAC = θ। sinθ, secθ ও tanθ এর মান বের করতে হবে।

পিথাগোরাসের সূত্র মতে,

AC2 = BC2 + AB2

বা, AB2 = AC2 – BC2

বা, AB2 = 122-132

বা, AB2 = 144 – 169

বা, AB2 = -25

বিদ্রঃ AB2 এর মান -25 হতে পারে না, উল্লেক্ষ্য প্রশ্নে অতিভুজ AC < CB যা গ্রহনযোগ্য নয়। সেক্ষেত্রে আমরা এখানে AC = 13 সেমি ও BC = 12 সেমি ধরে হিসাব করে পাই (তোমাদের মতামত আমাদের জানিও):-

AB2 = 25

বা, AB = 5

∵ sinθ = বিপরীত বাহু/অতিভুজ

বা, sinθ = BC/AC

বা, sinθ = 12/13

আবার,

secθ =  অতিভুজ/সন্নিহিত বাহু

বা, secθ = AC/AB

বা, secθ = 13/5

ও

tanθ =  বিপরীত বাহু/সন্নিহিত বাহু

বা, tanθ = BC/AB

বা, secθ = 12/5

**৪. θ = 30° হলে, দেখাও যে,**

**1 - tan2θ**

**(i) cos2θ = --------------**

**1 + tan2θ**

সমাধানঃ

 θ = 30° হলে, tanθ = tan30° = 1/√3

এখন, ডানপক্ষ

   1 - tan2θ

= --------------

    1 + tan2θ

   1 - tan230°

= -----------------

    1 + tan230°

   1 – (1/√3)2

= --------------

    1 + (1/√3)2

    1 – 1/3

= ------------

    1 + 1/3

2/3

= ---------

4/3

= 2/3×3/4

= ½

আবার, বামপক্ষ

= cos2θ

= cos2×30°

=cos60°

= ½

অতএব, বামপক্ষ = ডানপক্ষ [দেখানো হলো]

**2tanθ**

**(ii) tan2θ = ---------**

**1 - tan2θ**

সমাধানঃ

θ = 30° হলে, tanθ = tan30° = 1/√3

এখন, ডানপক্ষ

      2tanθ

= --------------

    1 - tan2θ

      2tan30°

= --------------

    1 - tan230°

       2×1/√3

= --------------

    1 – (1/√3)2

2/√3

= ------------

     1 – 1/3

2/√3

= ----------

2/3

=2/√3×3/2

= 3/√3

= √3.√3/√3

= √3

আবার,

বামপক্ষ

= tan2θ

= tan 2×30°

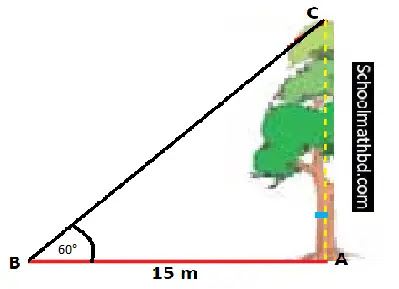
= tan60°

= √3

অতএব, বামপক্ষ = ডানপক্ষ [দেখানো হলো]

**৫. একটি গাছের পাদদেশ হতে 15 মিটার দূরে ভূ-তলের কোনো বিন্দুতে গাছের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 60° হলে, গাছটির উচ্চতা নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ



চিত্র অনুসারে,

A হলো গাছের পাদদেশ এবং A হতে B এর দূরত্ব = AB = 15 মিটার এবং B বিন্দুতে উন্নতি কোণ ∠ABC = 60°.

তাহলে,

tan60° = AC/AB

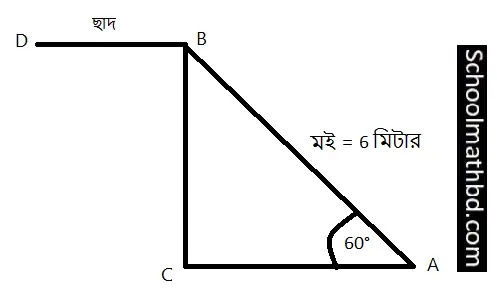
বা, √3 = AC/15

বা, AC = 15×√3 = 25.981 (প্রায়)

অর্থাৎ, গাছটির উচ্চতা 25.981 মিটার (প্রায়)।

**৬. 6 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি মই ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে ছাদ স্পর্শ করে আছে। ছাদের উচ্চতা নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ



আমাদের অঙ্কিত মডেল চিত্র অনুসারে,

AB = মই যার দৈর্ঘ্য 6 মিটার

AC = ভূমি

CB = ভূমি হতে ছাদের দূরত্ব

∠ABC = 60°

এখন, আমরা জানি,

cosθ = অতিভূজ/বিপরীত বাহু

অর্থাৎ, ΔABC-এ

cos60° = AB/CB

বা, ½ = 6/CB [∵cos60°=½ ]

বা, 2×6 = CB

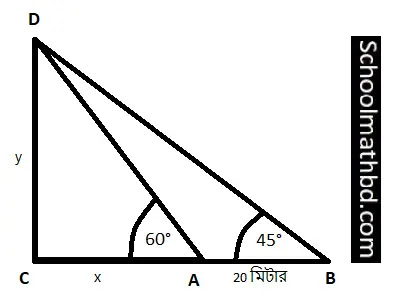
বা, CB = 12

∵ ছাদের উচ্চতা = 12 মিটার।

**৭. ভূতলের কোনো একটি স্থান থেকে একটি মিনারের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ 60° । ওই স্থান থেকে 20 মিটার পিছিয়ে গেলে মিনারের উন্নতি কোণ হয় 45°। মিনারটির উচ্চতা নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

প্রদত্ত গাণিতিক প্রশ্ন হতে আমরা নিন্মোক্ত মডেল চিত্রটি অঙ্কন করি।



যেখানে,

CD = y = মিনারের উচ্চতা

∠CAD = 60° = ভূতলের A বিন্দুতে উন্নতি কোণ

∠CBD = 45° = ভূতলের B বিন্দুতে উন্নতি কোণ

AB = 20 মিটার

CA = x মিটার (ধরে)

তাহলে,

tan60° = CD/CA

বা, √3 = y/x  [∵tan60°=√3]

বা, y = √3x …… (i)

আবার,

tan45° = CD/CB

বা, 1 = y/(x+20)  [∵tan45°=1]

বা, y = x+20……(ii)

এখন, (i) ও (ii) হতে পাই,

√3x = x+20

বা, √3x – x = 20

বা, x(√3-1) = 20

বা, x = 20/(√3-1)

বা, x = 27.3205 (প্রায়)

এখন, x = 27.3205, (i) নং এ বসিয়ে পাই,

y = √3×27.3205

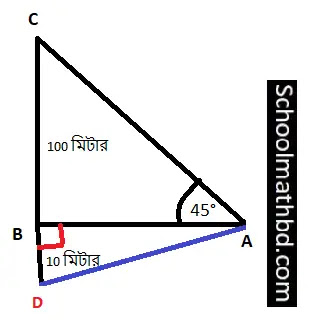
বা, y = 47.3205 (প্রায়)

∵ মিনারটির উচ্চতা 47.3205 মিটার (প্রায়)।

**৮. একটি নদীর তীরে দাড়িয়ে একজন লোক দেখলো যে, ঠিক সোজাসুজি নদীর অপর তীরে 100 মিটার ঊঁচু একটি টাওয়ারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 45°। লোকটি টাওয়ার বরাবর নৌকা পথে যাত্রা শুরু করল। কিন্তু পানির স্রোতের কারণে নৌকাটি টাওয়ার থেকে 10 মিটার দূরে তীরে পৌঁছাল। লোকটির যাত্রা স্থান থেকে গন্তব্য স্থানের দূরত্ব নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

প্রদত্ত গাণিতিক প্রশ্ন হতে আমরা নিন্মোক্ত মডেল চিত্রটি অঙ্কন করি।



যেখানে,

A ও B হলো প্রদত্ত নদীর দুই তীরের দুইটি বিন্দু এবং A বিন্দুতে লোকটি দাঁড়িয়ে আছে।

∵ AB = নদীর প্রস্থ

BC = 100 মিটার = প্রদত্ত টাওয়ারের উচ্চতা

∠BAC = 45° = তীরের A বিন্দুতে উন্নতি কোণ

D হলো B থেকে 10 মিটার দূরের তীরের একটি বিন্দু যেখানে লোকটি নৌকা নিয়ে পৌছায়।

∵ BD = 10 মিটার

AD = ?

তাহলে,

tan45° = BC/BA[∵tan45°=1]

বা, 1 = BC/BA

বা, BC = BA

বা, BA = 100 [মান বসিয়ে]

এখন,

AD2 = AB2+BD2

বা, AD2 = 1002+102

বা, AD2 = 10100

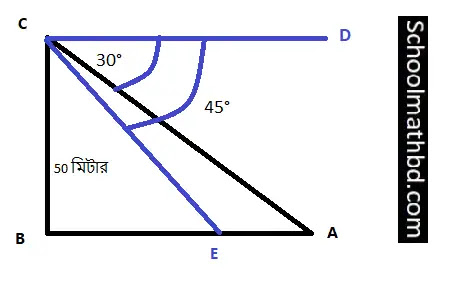
বা, AD = 100.4987 (প্রায়) [বর্গমূল করে]

লোকটির যাত্রা স্থান থেকে গন্তব্য স্থানের দূরত্ব100.4987 মিটার (প্রায়)।

**৯. সাগরের তীরে একটি টাওয়ারের উপর থেকে একজন লোক সাগর পর্যবেক্ষণের সময় দেখলো যে একটি জাহাজ বন্দরের দিকে আসছে। তখন জাহাজটির অবনতি কোণ ছিল 30°. কিছুক্ষণ পরে লোকটি দেখলো জাহাজটির অবনতি কোণ 45°. যদি টাওয়ারের উচ্চতা 50 মিটার হয়, তবে এই সময়ে জাহাজটি কত দূরত্ব অতিক্রম করেছে?**

সমাধানঃ

প্রদত্ত গাণিতিক প্রশ্ন হতে আমরা নিন্মোক্ত মডেল চিত্রটি অঙ্কন করি।



যেখানে,

BC = 50 মিটার = প্রদত্ত টাওয়ারের উচ্চতা

∠ACD = 30° = A বিন্দুতে জাহাজের অবস্থানের অবনতি কোণ

 ∠BEC = 45° = E বিন্দুতে জাহাজের অবস্থানের অবনতি কোণ

AE = ?

এখন, মডেল চিত্র অনুসারে,

CD||AB ও AC সাধারন বাহু

∵ ∠ACD = ∠CAB [একান্তর কোন]

বা, ∠CAB = 30° [মান বসিয়ে]

তাহলে,

tan30° = BC/AB

বা, 1/√3 = 50/AB  [∵tan30°=1/√3]

বা, AB =50.√3

বা, BE + AE = 50.√3……(i)

আবার,

CD||BE ও EC সাধারন বাহু

∵ ∠DCE = ∠BEC [একান্তর কোন]

বা, ∠BEC = 45° [মান বসিয়ে]

তাহলে,

Tan45° = BC/BE

বা, 1 = 50/BE  [∵tan45°=1]

বা, BE =50……(ii)

এখন, BE =50; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

50 + AE = 50.√3

বা, AE = 50.√3 – 50

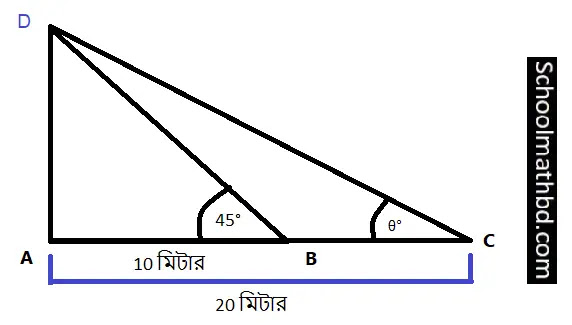
বা, AE = 36.6025 (প্রায়)

∵ জাহাজটির অতিক্রান্ত দূরত্ব = 36.6025 মিটার (প্রায়)

**১০. তোমার প্রতিষ্ঠানের অফিস ভবন থেকে 10 মিটার দূরে ওই ভবনের উন্নতি কোণ 45° এবং 20 মিটার দূর থেকে ওই ভবনের উন্নতি কোণ θ° হলে, sinθ ও cosθ-এর মান নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

প্রদত্ত গাণিতিক প্রশ্ন হতে আমরা নিন্মোক্ত মডেল চিত্রটি অঙ্কন করি।



যেখানে,

A বিন্দুতে অফিস ভবন অবস্থিত

AB = 10 মিটার

AC = 20 মিটার

∠ABD = 45° = A বিন্দুতে উন্নতি কোণ

∠ACD = θ° = C বিন্দুতে উন্নতি কোণ

Sinθ = ? ও cosθ = ?

এখন, মডেল চিত্র অনুসারে,

tan45° = AD/AB

বা, 1 = AD/AB[∵tan45°=1]

বা, AD = AB

বা, AD = 10 …..(i) [মান বসিয়ে]

আবার,

tanθ° = AD/AC

বা, tanθ° = 10/20  [মান বসিয়ে]

বা, tanθ° = ½

বা, sinθ°/cosθ° = ½  [∵tanθ°=sinθ°/cosθ°]

বা, cosθ° = 2sinθ°

বা, cos2θ° = 4sin2θ° [বর্গ করে]

বা, cos2θ° = 4(1-cos2θ°) [∵sin2θ°+cos2θ°=1]

বা, cos2θ° = 4 – 4cos2θ°

বা, cos2θ°+4cos2θ° = 4

বা, 5cos2θ° = 4

বা, cos2θ° = 4/5…..(ii)

বা, cosθ° = 4/√5[বর্গমূল করে]

আবার, (ii) নং হতে পাই,

1-sin2θ° = 4/5[∵sin2θ°+cos2θ°=1]

বা, -sin2θ° = 4/5-1

বা, -sin2θ° = -1/5

বা, sin2θ° = 1/5

বা, sinθ° = 1/√5[বর্গমূল করে]

∵ sinθ = 1/√5 ও cosθ = 4/√5

**কৌণিক দূরত্ব পরিমাপে ত্রিকোণমিতি**

আমাদের এই অধ্যায়ের নাম কৌণিক দূরত্ব পরিমাপে ত্রিকোণমিতি যা ৯ম শ্রেণির ৭ম অধ্যায়। এখানে আমরা অনুশীলনীর সকল গাণিতিক প্রশ্নের উত্তর দিয়েছি – যেখানে আমরা শিখবঃ ডিগ্রি, মিনিট, সেকন্ডের মান নির্নয় পদ্ধতি, রুলার ও চাঁদা ব্যবহার করে কোণ অঙ্কন পদ্ধতি, ত্রিকোণমিতিক কোণের মান নির্ণয়, আদর্শ অবস্থানে ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্নয়, রেডিয়ান ও ডিগ্রিতে প্রকাশ এবং বাস্তব কিছু প্রশ্নের সমাধান। তাহলে, শুরু করা যাক।

**অনুশীলনী-৭**

**1. 5° তে কত সেকেন্ড নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

আমরা জানি,

1° = 3600”

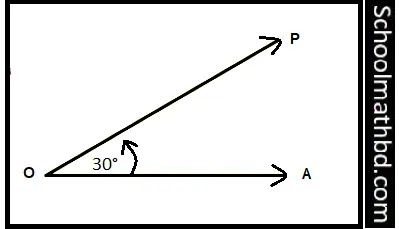
∵ 5° = (5×3600)” = 18000”

অর্থাৎ, 5° তে 18000 সেকেন্ড।

**2. জ্যামিতিক রুলার এবং চাঁদা ব্যবহার করে 30°, 360°, 380°, -20° এবং –420° কোণ আঁক।**

সমাধানঃ

**30° অঙ্কনঃ**



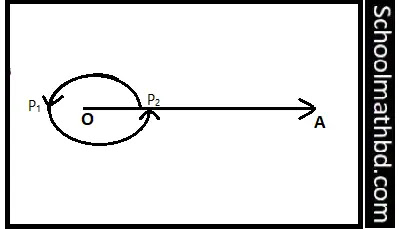
(i) যেকোনো বিন্দু o নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

(ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ উপরের দিকে থাকে।

(iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে চাঁদা হতে 30 লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P চিহ্নিত করি।

(iv) O,P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে ∠AOP = 30° অঙ্কিত হলো।

**360° অঙ্কনঃ**



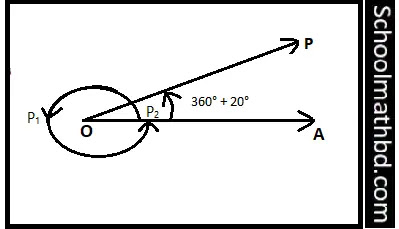
(i) যেকোনো বিন্দু o নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

(ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ উপরের দিকে থাকে।

(iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে চাঁদার বামপাশে লেখা 180 বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P1 চিহ্নিত করি। আবার, চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ নিচের দিকে থাকে। এবং চাঁদার ডানপাশে লেখা 180 বরাবর আরেকটি বিন্দু P2 চিহ্নিত করি।

(iv) তাহলে, P2 বিন্দু OA এর সাথে সমাপতিত হয় ফলত OA রশ্মি বরাবর আমাদের 360° অঙ্কিত হলো।

**380° অঙ্কনঃ**



এখানে, 380° = 360° + 20°

অর্থাৎ, আমাদের 20° কোণ অঙ্কনই যথেষ্ট হবে কারণ 360° কোণ OA বরাবর অবস্থান করে।

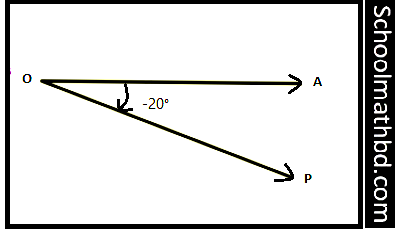
(i) যেকোনো বিন্দু o নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

(ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ উপরের দিকে থাকে।

(iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে চাঁদা হতে 20 লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P চিহ্নিত করি।

(iv) O,P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে 360° + 20° = 380° অঙ্কিত হলো যা চিত্রে দেখানো হয়েছে।

**-20° অঙ্কনঃ**



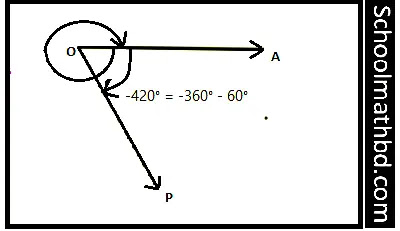
(i) যেকোনো বিন্দু o নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

(ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ নিচের দিকে থাকে।

(iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার দিকে চাঁদা হতে 20 লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P চিহ্নিত করি।

(iv) O,P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে ∠AOP = -20° অঙ্কিত হলো।

**-420° অঙ্কনঃ**

****

এখানে, -420° = -360° - 60°

অর্থাৎ, আমাদের -60° কোণ অঙ্কনই যথেষ্ট হবে কারণ -360° কোণ OA বরাবর অবস্থান করে।

(i) যেকোনো বিন্দু o নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

(ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ নিচের দিকে থাকে।

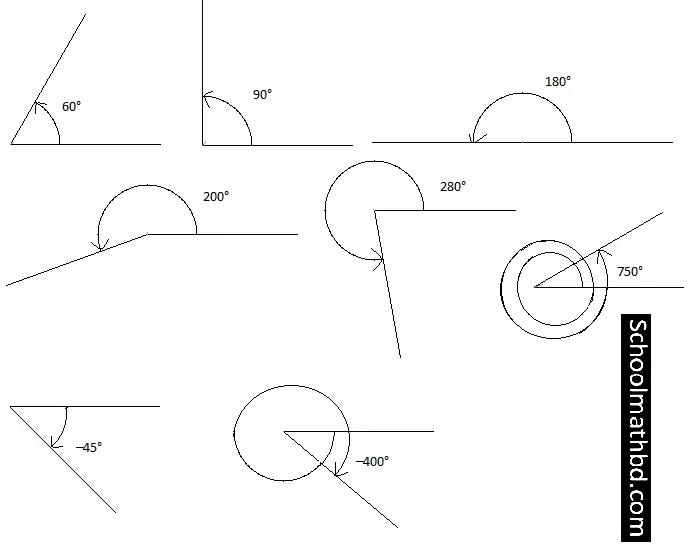
(iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার দিকে চাঁদা হতে 60 লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P চিহ্নিত করি।

(iv) O,P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে -360° - 60° = -420° অঙ্কিত হলো যা চিত্রে দেখানো হয়েছে।

**3. রুলার এবং চাঁদা ব্যবহার করে 60°, 90°, 180°, 200°, 280°, 750°, –45°, –400° কোণগুলো আদর্শ অবস্থানে আঁকো। এগুলো কোয়াড্রেন্ট নাকি কোয়াড্রেন্টাল কোণ তা নির্ণয় করো। কোণগুলো কোন চতুর্ভাগে আছে তা উল্লেখ করো।**

সমাধানঃ

রুলার এবং চাঁদা ব্যবহার করে 60°, 90°, 180°, 200°, 280°, 750°, –45°, –400° কোণগুলো আদর্শ অবস্থানে আঁকা হলো যা নিন্মের চিত্রে অঙ্কিত।



এখন কোণগুলোর অবস্থান বিবেচনা করে পাই,

60°, 200°, 280°, 750°, –45°, –400° কোণগুলো চারটি চতুর্ভাগের যেকোণ একটির ভিতরে অবস্থান করছে অর্থাৎ এরা কোয়াড্রেন্ট কোণ (quadrant angle)।

আবার,

90°, 180° কোণদুটি অক্ষের উপর অবস্থান করছে অর্থাৎ এরা কোয়াড্রেন্টাল কোণ (quadrantal angle)।

**4. মান নির্ণয় করো : cos135°, cot120°, tan390°, sin(–30°), sec300°, csc(–570°)**

সমাধানঃ

**cos135°**

= cos(180°-45°)

= -cos45°

= -1/√2 [∵cos45°=1/√2]

**cot120°**

= cot(180°-60°)

=  -cot60°

= - 1/√3[∵cot60°=1/√3]

**tan390°**

= tan(360°+30°)

= tan30°

= 1/√3[∵tan30°=1/√3]

**sin(–30°)**

= -sin30°

= -½ [∵sin30°=1/2]

**sec300°**

= sec(360°-60°)

= sec60°

= 2 [∵sec60°=2]

**csc(–570°)**

= csc570°

= csc(540°+30°)

= csc30°

= 2

[আমাদের এই অধ্যায় কৌণিক দূরত্ব পরিমাপে ত্রিকোণমিতি চলমান, উপরে নিচে দিয়ে এখানে মোট ১০টি প্রশ্ন আছে নতুন পাঠ্যক্রম অনুসারে। আমাদের লিখে জানাও যেকোন মতামত, ধন্যবাদ।]

**5. আদর্শ অবস্থানে A(2, 3), B(–3, 1), C(–4, –4), D(1, –2), E(–2,0) বিন্দুগুলো দ্বারা উৎপন্ন কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

**A(2, 3)**

এখানে, x=2, y=3 এবং r = √(22+32) = √13

সুতরাং ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোঃ

sinθ = y/r = 3/√13

cosθ = x/r = 2/√13

tanθ = y/x = 3/2

cotθ = x/y = 2/3

secθ = r/x = √13/2

cscθ = r/y = √13/3

**B(–3, 1)**

এখানে, x=-3, y=1 এবং r = √{(-3)2+12} = √10

সুতরাং ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোঃ

sinθ = y/r = 1/√10

cosθ = x/r = -3/√10

tanθ = y/x = 1/-3

cotθ = x/y = -3/1 = -3

secθ = r/x = √10/-3

cscθ = r/y = √10/1 = √10

**C(–4, –4)**

এখানে, x=-4, y=4 এবং r = √{(-4)2+42)} = √32 = 4√2

সুতরাং ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোঃ

sinθ = y/r = 4/4√2 = 1/√2

cosθ = x/r = -4/4√2 = -1/√2

tanθ = y/x = 4/-4= -1

cotθ = x/y = -4/4= -1

secθ = r/x = 4√2/-4 = -√2

cscθ = r/y = 4√2/4 = √2

**D(1, –2)**

এখানে, x=1, y=-2 এবং r = √{12+(-2)2} = √5

সুতরাং ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোঃ

sinθ = y/r = -2/√5

cosθ = x/r = 1/√5

tanθ = y/x = -2/1 = -2

cotθ = x/y = 1/-2 = -½

secθ = r/x = √5/1 = √5

cscθ = r/y = √5/2

**E(–2,0)**

এখানে, x=-2, y=0 এবং r = √{(-2)2+02} = 2

সুতরাং ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোঃ

sinθ = y/r = 0/2 = 0

cosθ = x/r = -2/2 = -1

tanθ = y/x = 0/-2 = 0

cotθ = x/y = -2/0 = undefined

secθ = r/x = 2/-2 = -1

cscθ = r/y = 2/0 = undefined

**6. নিম্নোক্ত বিন্দুগুলোকে r এবং tanθ এর মাধ্যমে প্রকাশ করো।**

**a. A(3, –2)**

সমাধানঃ

এখানে, x=3, y=-2

∵ r = √{32+(-2)2} = √13

এবং,

tanθ = y/x = -2/3

∵ A(3, –2) = (√13,-2/3) [প্রকাশ করা হলো]

**b. B(–2, –1)**

সমাধানঃ

এখানে, x=-2, y=-1

∵ r = √{(-2)2+(-1)2} = √5

এবং,

tanθ = y/x = -1/-2= ½

∵ A(-2, –1) = (√5,1/2) [প্রকাশ করা হলো]

**c. C(–4, 0)**

সমাধানঃ

এখানে, x=-4, y=0

∵ r = √{(-4)2+02} = 4

এবং,

tanθ = y/x = 0/-4= 0

∵ A(-4, 0) = (4, 0) [প্রকাশ করা হলো]

**7. রেডিয়ানে প্রকাশ কর:**

**a.75°30’**

সমাধানঃ

75°30’

= 75° + (30/60)° [∵1° = 60’]

= 75° + (1/2)°

= {(75×2+1)/2}°

= (151/2)°

    (151/2)π

= ----------- রেডিয়ান

        180

[∵1° = π/180 রেডিয়ান]

= 151π/360রেডিয়ান

**b. 45°44’43’’**

সমাধানঃ

45°44’43”

= 45° + (44/60)° + (43/3600)° [∵1° = 60’ এবং 1° = 3600”]

= π/180 (45 +44/60 +43/3600) রেডিয়ান [∵1° = π/180 রেডিয়ান]

            45×3600+44×60+43

= π/180 × ---------------------- রেডিয়ান

                      3600

   π(45×3600+44×60+43)

= --------------------------- রেডিয়ান

                3600×180

   164683π

= -----------  রেডিয়ান

      648000

**c. 60°30’15’’**

সমাধানঃ

60°30’15’’

= 60° + (30/60)° + (15/3600)° [∵1° = 60’ এবং 1° = 3600”]

= 60° + (1/2)° + (1/240)°

= π/180 (60 +1/2 +1/240) রেডিয়ান [∵1° = π/180 রেডিয়ান]

            60×240+1×120+1

= π/180 × ------------------- রেডিয়ান

                          240

   π(14400+120+1)

= ------------------- রেডিয়ান

          240×180

    14521π

= --------- রেডিয়ান

     43200

**8. ডিগ্রীতে প্রকাশ কর:**

**a. 4π/25 রেডিয়ান**

সমাধানঃ

4π/25 রেডিয়ান

= (4π/25×180/π)° [∵1=180°/π]

= (4π/25×180/π)°

= 28.8°

**b. 1.3177 রেডিয়ান**

সমাধানঃ

1.3177 রেডিয়ান

= (1.3177×180/π)° [∵1=180°/π]

= (1.3177×180/3.1416)° [∵π =3.1416]

= 75.4984° (প্রায়)

**c. 0.9759 রেডিয়ান**

সমাধানঃ

0.9759 রেডিয়ান

= (0.9759×180/π)° [∵1=180°/π]

= (0.9759×180/3.1416)° [∵π =3.1416]

= 55.9148° (প্রায়)

**9. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। যদি টেকনাফ ও তেঁতুলিয়ার অবস্থান পৃথিবীর কেন্দ্রে 10°6’3’’ কোণ উৎপন্ন করে, তবে টেকনাফ থেকে তেঁতুলিয়ার দূরত্ব কত?**

সমাধানঃ

এখানে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, r = 6440 কিমি।

টেকনাফ ও তেঁতুলিয়ার অবস্থান দ্বারা পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, θ

= 10°6’3’’

= 10° + (6/60)° + (3/3600)°

= 10° + (1/10)° + (1/1200)°

= {(1200×10+120+1)/1200}°

= (12121/1200)°

= π/180×12121/1200 রেডিয়ান

= 12121π/216000 রেডিয়ান

সুতরাং, টেকনাফ ও তেঁতুলিয়ার দুরত্ব, s

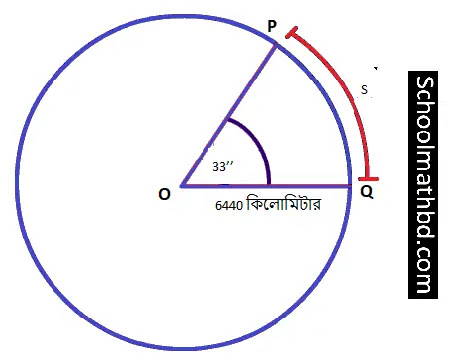
= rθ

= 6440 × 12121π/216000

= 1135.328 কিমি (প্রায়)

**10. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। ধরো, পৃথিবীর উপরে দুইটি স্যাটেলাইট এমন অবস্থানে আছে যে তারা পৃথিবীর কেন্দ্রে 33’’ কোণ উৎপন্ন করে। স্যাটেলাইট দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?**

সমাধানঃ



চিত্রে বৃত্তটিকে পৃথিবী ধরে নিয়ে সহজে আমরা এই সমস্যার সমাধান করতে পারি যেখানে,

OA = r = 6440 কিমি = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ

∠POQ = θ = 33” = (33/3600)° = π/180×33/3600 রেডিয়ান

P ও Q হলো পৃথিবীর উপরে অবস্থিত দুইটি স্যাটেলাইট।

s = P ও Q এর দূরত্ব বের করতে হবে।

সুতরাং, স্যাটেলাইট দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব, s

= rθ

= 6440 × π/180×33/3600 কিমি

= 1 কিমি (প্রায়)

**সুষম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ**

আমাদের অনুশীলনী ভিত্তিক সমাধানের ৯ম অধ্যায়ের অষ্টম অধ্যায়ের ১ম অংশ এটি যার নাম সুষম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ যেখানে ১-৯ পর্যন্ত সমাধান দেয়া হয়েছে। এই অংশে আমরা যেসকল বিষয়ে শিখতে পারবঃ ঘনবস্তু বিষয়ক ধারণা, কোনকের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয়, গোলকের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয়, প্রিজমের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয়, পিরামিডের ক্ষেত্রফল ও আয়তন। বাকী ৯-১৪ পর্যন্ত part-2 পরের পোস্টে দেয়া হয়েছে।

**অনুশীলনী - ৮**

**১. 12 সেমি লম্বা কোণকাকৃতি একটি গাজরের বোঁটার দিকে ভূমির ব্যাস 2.5 সেমি। গাজরটির আয়তন কত?**

সমাধানঃ

আমরা জানি,

কোণকের আয়তন = 1/3πr2h ঘন একক

এখন গাজরটি কোণকাকৃতি, সুতরাং প্রশ্নমতে,

h = 12 সেমি; r = 2.5 সেমি এবং π = 3.1416

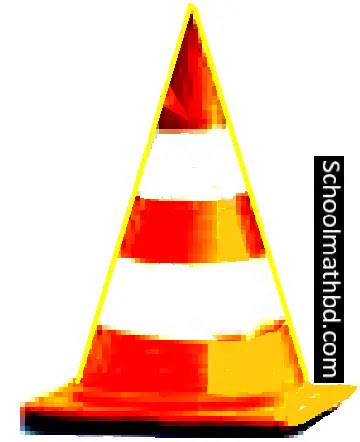
গাজরটির আয়তন

= 1/3πr2h ঘন সেমি

= 1/3×3.1416×(2.5)2×12 ঘন সেমি

= 78.54 ঘন সেমি।

**২. চিত্রে সড়কে ব্যবহৃত প্লাস্টিকের তৈরি নিরেট ঘনবস্তুটির ভূমির ক্ষেত্রফল 1256.64 বর্গসেমি এবং হেলানো তলের দৈর্ঘ্য 26 সেমি।**



**(i) ঘনবস্তুটির বক্রতল রং করতে প্রতি বর্গ সেন্টিমিটারে 1.50 টাকা খরচ হলে মোট কত টাকা খরচ হবে?**

**(ii) ঘনবস্তুটিতে কতটুকু প্লাস্টিক আছে?**

সমাধানঃ

চিত্রে সড়কে ব্যবহৃত প্লাস্টিকের তৈরি নিরেট ঘনবস্তুটি কোণক আকৃতির।

আমরা জানি,

কোণকের ভূমির ক্ষেত্রফল = πr2বর্গ একক; এখানে, r = ভূমির ব্যাসার্ধ।

∵ πr2 = 1256.64

বা, r2 = 400 [∵π=3.1416]

বা, r = 20 সেমি।

আবার,

কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = πrl বর্গ একক; যেখানে, r = ভূমির ব্যাসার্ধ, l = হেলানো উচ্চতা।

∵ ঘনবস্তুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল

= πrl

= 3.1416×20×26 [∵l=26 সেমি, দেওয়া আছে]

= 1633.632 বর্গ সেমি।

(ক)

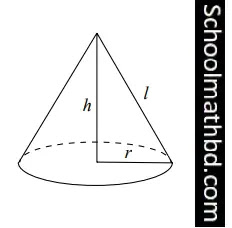
ঘনবস্তুটির বক্রতল রং করতে 1বর্গ সেন্টিমিটারে খরচ হয় 1.50 টাকা

∵ ঘনবস্তুটির বক্রতল রং করতে 1633.632 বর্গ সেন্টিমিটারে খরচ হয় 1.50×1633.632 টাকা = 2450.448 টাকা।

(খ)

আমরা জানি,

কোণকের আয়তন = 1/3πr2h ঘন একক; এখানে, h = কোণকের উচ্চতা, r = ভূমির ব্যাসার্ধ।



আবার, কোণকের ক্ষেত্রে,

l2 = h2 + r2 [∵l=হেলানো উচ্চতা, h=উচ্চতা, r= ভূমির ব্যাসার্ধ]

বা, h2 = l2-r2

বা, h2 = 262-202

বা, h2 = 276

বা, h = √276 সেমি।

তাহলে, ঘনবস্তুটির আয়তন

= 1/3πr2h

= 1/3×3.1416×202×√276

= 6958.957 ঘন সেমি (প্রায়)

∵ ঘনবস্তুটিতে প্লাস্টিক আছে 6958.957 ঘন সেমি (প্রায়)

**৩. একটি প্লাস্টিকের নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ 6 সেমি। গোলকটিকে গলিয়ে 7 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি ফাঁপা গোলকে পরিণত করা হলে, ফাঁপা গোলকের প্লাস্টিকের পূরুত্ব নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

আমরা জানি,

গোলকের আয়তন = 4/3πr3 ঘন একক; এখানে, r = গোলকের ব্যাসার্ধ।

তাহলে, 6 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের আয়তন

= 4/3×3.1416×63 ঘন সেমি

= 904.7808 ঘন সেমি।

এবং, 7 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের আয়তন

= 4/3×3.1416×73 ঘন সেমি

= 1436.7584 ঘন সেমি।

এখন, 6 সেমি ব্যাসার্ধের গোলকটি নিরেট কিন্তু 7 সেমি ব্যাসার্ধের গোলকটি ফাঁপা এবং 6 সেমি ব্যাসার্ধের গোলক দিয়েই 7 সেমি ব্যাসার্ধের গোলক তৈরি করা হয়েছে।

∵ 7 সেমি ব্যাসার্ধের গোলকের ফাঁপা অংশের আয়তন

= 1436.7584 ঘন সেমি – 904.7808 ঘন সেমি

= 531.9776 ঘন সেমি।

এখন ফাঁপা অংশের ব্যাসার্ধ = r1 হলে,

∵ 4/3×3.1416×r13 = 531.9776

বা, r13= 127

বা, r1 = 5.02652 সেমি (প্রায়)

∵ 7 সেমি ব্যাসার্ধের গোলকের পুরুত্ব

= (7 - 5.02652) সেমি (প্রায়)

= 1.97348 সেমি (প্রায়)

**৪. চারটি নিরেট গোলকের ব্যাসার্ধ 3 সেমি, 8 সেমি, 13 সেমি ও r সেমি। গোলক চারটিকে গলিয়ে 14 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট নতুন আরেকটি নিরেট গোলক তৈরি করা হলে r এর মান কত?**

সমাধানঃ

আমরা জানি, কোণ গোলকের ব্য্যাসার্ধ a হলে, এর আয়তন = 4/3πa3 ঘন একক।

এখন, শর্তমতে,

চারটি নিরেট গোলকের আয়তন = চারটি গোলক দ্বারা তৈরি নতুন একটি গোলকের আয়তন

বা, 4/3π33+4/3π83+4/3π133+4/3πr3 = 4/3π143

বা, 4/3π(33+83+133+r3) = 4/3π143

বা, (33+83+133+r3) = 143

বা, 27+512+2197+ r3= 2744

বা, r3= 2744 – 27-512-2197

বা, r3= 8

বা, r = 2

**৫. একটি সুষম সপ্তভুজাকার প্রিজম আকৃতির অ্যাকুরিয়ামের ভূমির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 25 সেমি এবং উচ্চতা 1 মি। প্রতি বর্গসেমি 2টাকা হিসাবে অ্যাকুরিয়ামটির পার্শ্বতল কাচ দ্বারা আবৃত করতে মোট কত টাকা খরচ হবে? অ্যাকুরিয়ামটির তিন-চতুর্থাংশ পানিপূর্ণ করতে কত লিটার পানি লাগবে? [1000 ঘনসেমি = 1লিটার।]**

সমাধানঃ

আমরা জানি,

প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2×(ভুমির ক্ষেত্রফল) + সকল পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল

এখন,

সুষম প্রিজমের ভূমির বাহুর সংখ্যা n এবং প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে,

প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = 2 × (ভূমির ক্ষেত্রফল) + (na × h) বর্গ একক

∵ সকল পার্শ্বতলগুলোর ক্ষেত্রফল

= (na × h) বর্গ সেমি [এখানে, n=7, a=25 সেমি, h=1 মি = 100 সেমি]

= 7×25×100 বর্গ সেমি

= 17500 বর্গ সেমি।

এখন,

অ্যাকুরিয়ামটির 1 বর্গসেমি পার্শ্বতল কাচ দ্বারা আবৃত করতে খরচ হয় 2 টাকা

∵ অ্যাকুরিয়ামটির 17500 বর্গসেমি পার্শ্বতল কাচ দ্বারা আবৃত করতে খরচ হয় 2×17500 টাকা = 35000 টাকা।

 আবার,

প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল×উচ্চতা

এবং, n সংখ্যক a দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল = (na2/4)cot(180°/n)

∵ অ্যাকুরিয়ামটির আয়তন

= (na2/4)cot(180°/n)×h

= (7×252/4)cot(180°/7)×100

= 227119.527  ঘন সেমি।

এখন অ্যাকুরিয়ামটির এক তৃতীয়াংশ আয়তন

= 1/3×227119.527  ঘন সেমি।

= 75706.509 ঘন সেমি।

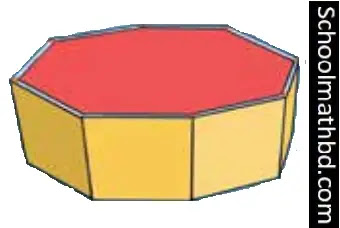
আবার,

1000 ঘনসেমি পূর্ণ করতে পানি লাগে  1 লিটার

∵1 ঘনসেমি পূর্ণ করতে পানি লাগে  1/1000 লিটার

∵75706.509  ঘনসেমি পূর্ণ করতে পানি লাগে  (1/1000)×75706.509 লিটার = 75.706809 লিটার।

**৬. চিত্রের সুষম প্রিজমের ভূমির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি এবং পার্শ্বতলগুলো বর্গাকার।**



**(i) প্রিজমটির ভূমিদ্বয়ের ক্ষেত্রফল পরিমাপ করো।**

**(ii) প্রিজমটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত?**

**(iii) প্রিজমটির আয়তন নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

(i)

চিত্রে, প্রিজমটির বাহুর সংখ্যা n = 8

ভূমির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a = 5 সেমি

∵ প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল

= (na2/4)cot(180°/n)

= (8×52/4)cot(180°/8)

= 120.710678 বর্গ সেমি (প্রায়)

প্রিজমটির ভূমিদ্বয়ের ক্ষেত্রফল

= 2×120.710678 বর্গ সেমি (প্রায়)

= 241.421356 বর্গ সেমি (প্রায়)

(ii)

দেওয়া আছে, প্রিজমটির পার্শ্বতলগুলো বর্গাকার অর্থাৎ পার্শ্বতলের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি। সুতরাং প্রিজমটির উচ্চতা h = 5 সেমি।

∵ প্রিজমটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল

= nah বর্গ সেমি

= 8×5×5 বর্গ সেমি

= 200 বর্গ সেমি

(iii)

প্রিজমটির আয়তন

= ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

= 120.710678×5 ঘন সেমি [(i) নং থেকে মান বসিয়ে]

= 603.55339 ঘন সেমি (প্রায়)

**৭. 8√2 মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট বর্গাকৃতি ভূমির উপর ঠিক মাঝখানে √66 মিটার উঁচু একটি খুটি স্থাপন ক’রে তাবুটি নির্মাণ করা হয়েছে।**

**(i) তাবুটির ধারের দৈর্ঘ্য নির্নয় করো।**

সমাধানঃ

প্রশ্ন অনুসারে তাবুটি পিরামিড আকৃতির যার ভূমির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 8√2 মিটার।

এর উচ্চতা h = √66 মিটার যা বর্গাকৃতি ভূমির উপর ঠিক মাঝখানে একটি খুটি।

অর্থাৎ, খুটিটি বর্গাকৃতি ভূমির কর্ণদয়ের ছেদবিন্দুতে বা যেকোণ কর্ণের মাঝ বিন্দুতে অবস্থান করছে।

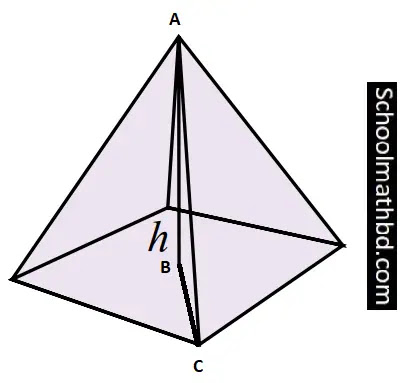
এখন, আমরা জানি,

বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে, বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য = a√2

তাহলে, প্রদত্ত ভূমির কর্ণের দৈর্ঘ্য = 8√2.√2 মিটার = 16 মিটার।

এবং, কর্ণের অর্ধাংশের দৈর্ঘ্য = 16/2 মিটার = 8 মিটার।

এখন নিন্মোক্ত চিত্রটি লক্ষ্য করি এবং পিরামিডটির ধারের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করিঃ



AB = h = √66 মিটার যা ভূমির উপর লম্ব

BC = 8 মিটার যা কর্ণের অর্ধেক

AC = পিরামিডের ধার যা নির্নয় করতে হবে।

চিত্রমতে,

AC2=AB2+BC2

বা, AC2=(√66)2+(8)2

বা, AC2=66+16

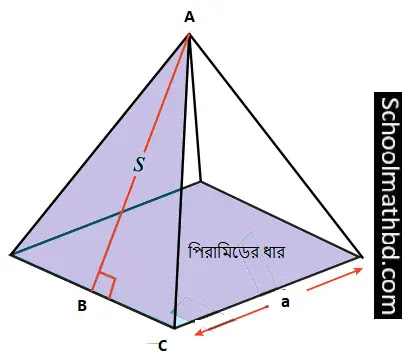
বা, AC2=82

বা, AC=√82 মিটার

**(ii) প্রতি বর্গমিটার 200 টাকা হিসাবে কত টাকার কাপড় কিনতে হয়েছে?**

সমাধানঃ

নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করি,



AB = S = হেলানো উচ্চতা

AC = পিরামিডের ধার

BC = ½×ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য

এবং এখানে, S = AC2 – BC2

এখন প্রদত্ত পিরামিডের হেলানো উচ্চতার ক্ষেত্রে,

S2 = (√82)2 – {½(8√2)}2 [মান বসিয়ে]

বা, S2= 82 – 32

বা, S2= 50

বা, S = √50

এখন,

পিরামিডটির পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল

= ½(ভূমির পরিসীমা × হেলানো উচ্চতা) বর্গ একক

= ½ × 4×8√2 × √50 বর্গ মিটার

= 160 বর্গ মিটার।

এখন,

1 বর্গমিটারের জন্য কাপড় কিনতে হয়েছে 200 টাকা

∵ 160 বর্গমিটারের জন্য কাপড় কিনতে হয়েছে 200×160 টাকা = 32000 টাকা

**(iii) তাবুটির মধ্যে কতটুকু বায়ুপূর্ণ ফাঁকা জায়গা পাওয়া গেছে তা নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

আমরা জানি,

পিরামিডের আয়তন = 1/3×(ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা) ঘন একক

∵ তাবুটির আয়তন

= 1/3 × (8√2)2 × √66 ঘন মিটার [মান বসিয়ে]

= 30.6376 ঘন মিটার (প্রায়)

অর্থাৎ,

তাবুটির মধ্যে প্রায় 30.6376 ঘন মিটার বায়ুপূর্ণ ফাঁকা জায়গা পাওয়া গেছে।

**৮. √67 মিটার ধারবিশিষ্ট একটি পিরামিড 6 মিটার বাহুবিশিষ্ট বর্গাকৃতি ভূমির উপর অবস্থিত।**

**(i) পিরামিডটির উচ্চতা নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

পিরামিডের ধার = √67 মিটার

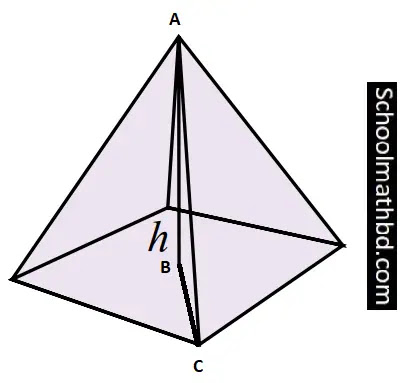
ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য = 6 মিটার

যেহেতু পিরামিডটির ভূমি বর্গাকৃতি সেহেতু এর উচ্চতা রেখার নিন্ম বিন্দুর অবস্থান ভুমির কর্ণের দৈর্ঘ্যের মাঝ বিন্দুতে পাব।

বর্গাকৃতি ভূমির কর্ণের দৈর্ঘ্য = √2 × 6 মিটার।

∵ কর্ণের অর্ধেক = √2 × 3 মিটার = 3√2 মিটার।

এবার নিচের চিত্রটি লক্ষ করি,



চিত্র অনুসারে,

AC = √67 মিটার; BC = 3√2 মিটার

∵ AB2 = AC2 – BC2

বা, AB2 = (√67)2 – (3√2)2

বা, AB2 = 67 – 18

বা, AB2 = 49

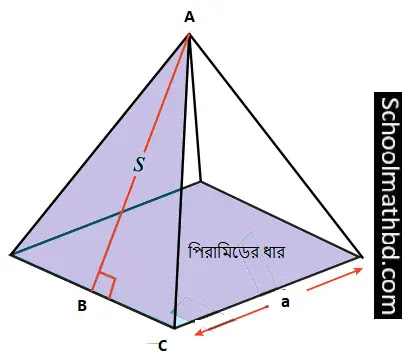
বা, AB = 7 মিটার।

∵ পিরামিডটির উচ্চতা 7 মিটার।

**(ii) পিরামিডটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?**

সমাধানঃ

নিচের চিত্রটি লক্ষ করি,



চিত্র অনুসারে আমরা প্রদত্ত পিরামিডের ক্ষেত্রে লিখতে পারি,

AC = √67 মিটার = পিরামিডের ধার

BC = 6/2 মিটার = 3 মিটার = ভূমির বাহুর অর্ধাংশ

AB2 = S2 = AC2 – BC2

S2 = (√67)2 – 32

S2 = 67 – 9

S2 = 58

S = √58 মিটার।

∵ পিরামিডের হেলানো উচ্চতা S = √58 মিটার।

এখন,

পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= ভূমির ক্ষেত্রফল + ½(ভূমির পরিসীমা×হেলানো উচ্চতা) বর্গ একক

= 62 +  ½(4×6×√58) বর্গ মিটার

= 36 + 91.389277 বর্গ মিটার

= 127.38927 বর্গ মিটার (প্রায়)

**(iii) পিরামিডটির আয়তন নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

(i) নং থেকে পাই,

পিরামিডের উচ্চতা = 7 মিটার।

বর্গাকৃতি ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য = 6 মিটার

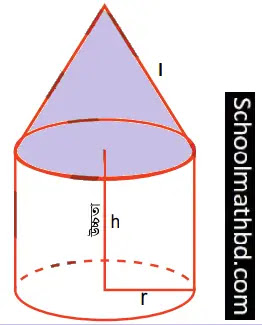
∵ পিরামিডটির আয়তন

= 1/3(ভূমির ক্ষেত্রফল×উচ্চতা) ঘন মিটার

= 1/3 × 62 × 7 ঘন মিটার

= 84 ঘন মিটার

**৯. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের ভূমির ব্যাস 4 মিটার এবং উচ্চতা 5 মিটার। উপরের অংশের হেলানো উচ্চতা 3 মিটার।**



**(i) ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের বক্রতল রং করতে প্রতি বর্গমিটারে 450 টাকা খরচ হলে মোট কত টাকা লাগবে?**

সমাধানঃ

চিত্র অনুসারে ঘনবস্তুটির নিন্মের অংশটিকে সিলিন্ডার বা বেলন বলে।

যার ব্যাস = 4 মিটার;

∵ সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ r = 4/2 মিটার = 2 মিটার।

এবং সিলিন্ডারের উচ্চতা h = 5 মিটার।

∵ সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল

= 2πrh বর্গ মিটার

= 2×3.1416×2×5 বর্গ মিটার [∵π=3.1416]

= 62.832 বর্গ মিটার

এখন,

বক্রতল রং করতে 1 বর্গমিটারে  খরচ হয় 450 টাকা

∵ বক্রতল রং করতে 62.832 বর্গমিটারে খরচ হয় 450×62.832 টাকা = 28274.4 টাকা।

**(ii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?**

সমাধানঃ

চিত্র অনুসারে ঘনবস্তুটি একটি কোণক ও একটি বেলনের সমন্ময়ে গঠিত যেখানে বেলনের একটি ভূমি ও কোণকের ভূমি একই।

অর্থাৎ, বেলনের ভুমির ব্যাসার্ধ = কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ = r = 2 মিটার [(i) নং থেকে পাই]

এছাড়া দেওয়া আছে,

গোলকের হেলানো উচ্চতা l = 3 মিটার

∵ ঘনবস্তুটির ক্ষেত্রফল

= কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + ভূমির ক্ষেত্রফল [উল্লেখ্যঃ কোণকের ভূমি যেহেতু কোণক ও বেলনের মাঝে যুক্ত তাই এর ক্ষেত্রফল হিসাবের দরকার নাই]

= πrl + 62.832 + πr2 [∵62.832 এর মান (i) নং থেকে পাই]

= 3.1416×2×3 + 62.832 + 3.1416×22 বর্গ মিটার

= 18.8496 + 62.832 + 12.5664 বর্গ মিটার

= 94.248 বর্গ মিটার

**(iii) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

কোণকের ক্ষেত্রে আমরা পাই,

ভূমির ব্যাসার্ধ r = 2 মিটার

হেলানো উচ্চতা l = 3 মিটার

কোণকের উচ্চতা h1 হলে,

l2= h12 + r2

বা, 32 = h12 + 22

বা, 9 = h12 + 4

 বা, h12 = 5

বা, h1 = √5

বেলনের ক্ষেত্রে,

ভূমির ব্যাসার্ধ r = 2 মিটার

উচ্চতা h = 5 মিটার

∵ ঘনবস্তুটির আয়তন

= বেলনের আয়তন + কোণকের আয়তন

= πr2h + 1/3πr2h1

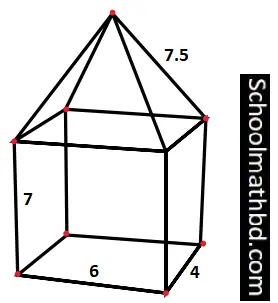
= 3.1416×22×5 + 1/3×3.1416×22×√5

= 62.832 + 9.36644

= 72.19844 ঘন মিটার (প্রায়)

[বিদ্রঃ এই প্রশ্নে ভূমির ব্যাস না থেকে যদি ব্যাসার্ধ 4 মিটার থাকতো তাহলে চিত্র ও প্রশ্ন অধিকতর সুন্দর ও সাবলিল হতো। সুষম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ অধায়ের সমাধানে কোন ভূল বা ইস্যু পেলে সত্তর আমাদের জানানোর অনুরোধ থাকলো, আমরা সর্বদা সঠিকতা বজায় রাখতে বদ্ধ পরিকর।]

**১০. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটি যে আয়তাকার ভূমির উপর অবস্থিত তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 6 মিটার ও 4 মিটার এবং নিচের অংশের উচ্চতা 7 মিটার। উপরের অংশের ধারের দৈর্ঘ্য 7.5 মিটার।**



**(i) ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের চতুর্দিকে লোহার পাত লাগাতে প্রতি বর্গমিটারে 2250 টাকা খরচ হলে মোট কত টাকা লাগবে?**

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির নিম্নাংশ একটি প্রিজম আকৃতির যার

দৈর্ঘ্য = 6 মিটার; প্রস্থ = 4 মিটার ও উচ্চতা = 7 মিটার।

∵ ঘনবস্তুটির নিম্নাংশ এর চারটি আয়তাকার পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল

= ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

= (6+4+6+4)×7

= 20×7

= 140 বর্গ মিটার

এখন,

ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের চতুর্দিকে লোহার পাত লাগাতে,

1 বর্গমিটারে খরচ হয় 2250 টাকা

∵ 140 বর্গমিটারে খরচ হয় 2250×140 টাকা = 315000 টাকা।

**(ii) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশটি একটি বিষম পিরামিড যার

প্রতিটি ধারের দৈর্ঘ্য = 7.5 মিটার;

ভূমির একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 4 মিটার এবং অন্য বাহুটির দৈর্ঘ্য = 6 মিটার।

আমরা জানি,

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = b/4√(4a2-b2) যেখানে a স্বমদ্বিবাহু ও b ভূমি বা বিষমবাহু নির্দেশ করে।

তাহলে,

পিরামিডের 4 মিটার বাহু বিশিষ্ট দুইটি বিপরীতমুখী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

= 2×4/4√{4.(7.5)2-42}

= 2√{4×56.25-16}

= 2√209

= 28.91366 বর্গ মিটার (প্রায়)

পিরামিডের 6 মিটার বাহু বিশিষ্ট দুইটি বিপরীতমুখী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

= 2×6/4√{4.(7.5)2-62}

= 3√{4×56.25-36}

= 3√189

= 41.24318 বর্গ মিটার (প্রায়)

পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল

= 6×4 বর্গ মিটার

= 24 বর্গ মিটার

∵ ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল

= (28.91366 + 41.24318 + 24) বর্গ মিটার

= 94.15684 বর্গ মিটার (প্রায়)

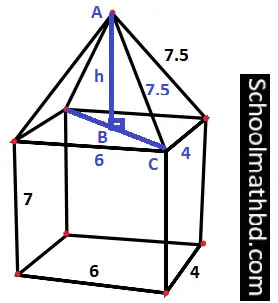
**(iii) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

= বিষম পিরামিডের আয়তন + প্রিজমের ক্ষেত্রফল

এখন, পিরামিডের আয়তন নির্ণয়ের ক্ষেত্রে, সমান ধারবিশিষ্ট পিরামিডের শীর্ষ থেকে ভূমিতে লম্ব আকলে তা ভূমির কর্ণের মধ্যবিন্দুতে পতিত হবে। নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করিঃ-



পিরামিডের ভূমির কর্ণের দৈর্ঘ্য = √(62+42) মিটার = √52 মিটার = 2√13 মিটার।

চিত্র অনুসারে,

BC = √13 মিটার; AC = 7.5 মিটার

AB2 = AC2 – BC2

বা, AB2 = (7.5)2 – (√13)2

বা, AB2 = 43.25

বা, AB = h = √43.25 মিটার

∵ বিষম পিরামিডটির আয়তন

= 1/3×ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

= 1/3×(6×4)× √43.25 ঘন মিটার

= 52.6117857 ঘন মিটার (প্রায়)

এবং,

প্রিজমটির আয়তন

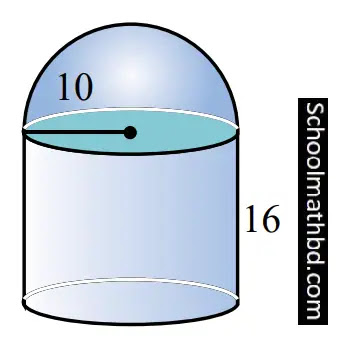
= ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

= 6×4×7 ঘন মি

= 168 ঘন মি

∵ ঘনবস্তুটির আয়তন = (52.6117857 + 168) ঘন মি = 220.611786 ঘন মি।

**১১. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটির ভূমির ব্যাসার্ধ 10 সেন্টিমিটার এবং নিম্নাংশের উচ্চতা 16 সেন্টিমিটার।**



**(i) ঘনবস্তুটির উপরের অংশ অর্ধগোলাকার হলে ঘনবস্তুটির উচ্চতা কত?**

সমাধানঃ

যেহেতু ঘনবস্তুটির উপরের অংশ অর্ধগোলাকার সেহেতু এর ব্যাসার্ধ এই অর্ধগোলাকারের উচ্চতা হবে।

চিত্র অনুসারে,

 অর্ধগোলাকারের উচ্চতা = ব্যাসার্ধ = 10 সেমি।

এবং ঘনবস্তুটির নিন্মাংশের উচ্চতা = 16 সেমি।

তাহলে,

ঘনবস্তুটির উচ্চতা = 10+16 সেমি = 26 সেমি।

**(ii) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশটি একটি অর্ধগোলক যার

ব্যাসার্ধ r = 10 সেমি

∵ অর্ধগোলকের পৃষ্টতলের ক্ষেত্রফল

= 2πr2 বর্গ সেমি

= 2×3.1416×102 বর্গ সেমি

= 628.32 বর্গ সেমি

আবার,

অর্ধগোলকের ভূমির ক্ষেত্রফল

= πr2 বর্গ সেমি

= 3.1416×102 বর্গ সেমি

= 314.16 বর্গ সেমি

অর্ধগোলকের ক্ষেত্রফল = (628.32+314.16) বর্গ সেমি = 942.48 বর্গ সেমি.

**(iii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?**

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটিতে একটি অর্ধগোলকের পৃষ্টতল, একটি সিলিন্ডারের বক্রতল ও সর্বনিন্মে বৃত্তাকার ভূমির তল আছে।

∵ ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= অর্ধগোলকের পৃষ্টতলের ক্ষেত্রফল +সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + বৃত্তাকার ভূমির ক্ষেত্রফল

= 2πr2 + 2πrh + πr2 বর্গ সেমি

= 2×3.1416×102 + 2×3.1416×10×16 + 3.1416×102 বর্গ সেমি

= 1319.472 বর্গ সেমি

**(iv) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

= অর্ধগোলকটির আয়তন + সিলিন্ডারটির আয়তন

এখন, আমরা জানি,

গোলকের আয়তন (ব্যাসার্ধ r হলে) = 4/3 πr3 ঘন একক।

∵ অর্ধগোলকের আয়তন = 4/6 πr3 ঘন একক।

এবং,

সিলিন্ডারের আয়তন (ব্যাসার্ধ r ও উচ্চতা h হলে) = πr2h ঘন একক।

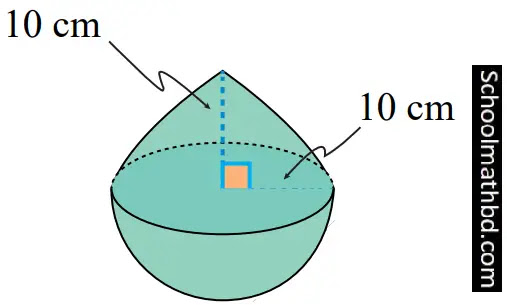
∵ ঘনবস্তুটির আয়তন

= (4/6 πr3+ πr2h) ঘন একক

= (4/6×3.1416×103+ 3.1416×102×16) ঘন একক

= 7120.96 ঘন একক।

**১২. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটি ভালো করে লক্ষ করো।**



**(i) ঘনবস্তুটির হেলানো তলের দৈর্ঘ্য কত?**

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশ কোণক আকৃতির যার

উচ্চতা h = 10 cm;

ভূমির ব্যাসার্ধ r = 10 cm

এবং এর হেলানো উচ্চতা l হলে চিত্র অনুসারে পাই,

l2 = h2+r2

বা, l2 = 102+102

বা, l2 = 200

বা, l = √200 = 14.1421356 cm [প্রায়]

**(ii) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশ কোণক আকৃতির যার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= (πr2 + πrl) বর্গ একক

= (3.1416×102 + 3.1416×10.√200) বর্গ সেমি

= 758.4493 বর্গ সেমি (প্রায়)

∵ ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল 758.4493 বর্গ সেমি (প্রায়)

**(iii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?**

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটিতে দুইটি তল আছে, একটি হলো কোণকের বক্রতল ও অপরটি হলো অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতল।

∵ ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= কোণকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল + অর্ধগোলকের পৃষ্টতলের ক্ষেত্রফল

= (πrl + 2πr2) বর্গ একক

= (3.1416×10×√200 + 2×3.1416×102) বর্গ সেমি [(i) নং থেকে l ও চিত্র হতে r এর মান বসিয়ে]

= 1072.60933 বর্গ সেমি (প্রায়)

**(iv) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

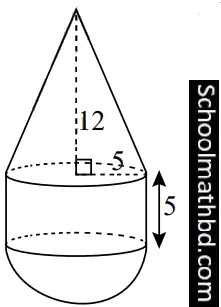
= কোণকটির আয়তন + অর্ধগোলকের আয়তন

= (1/3πr2h + 2/3πr2) ঘন একক

= (1/3×3.1416×102×10 + 2/3×3.1416×102) ঘন একক [চিত্র হতে মান বসিয়ে]

= 1256.64 ঘন সেমি।

**১৩. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটি ভালো করে লক্ষ করো।**



**(i) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশ কোণক আকৃতির যার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= (πr2 + πrl) বর্গ একক

এখানে,

কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ r = 5; উচ্চতা h = 12;

এর হেলানো উচ্চতা l হলে আমরা লিখতে পারি,

l2 = h2 + r2

বা, l2 = 122 + 52

বা, l2 = h2 + r2

বা, l2 = 169

বা, l = 13

∵ ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল

= (πr2 + πrl) বর্গ একক

= (3.1416×52 + 3.1416×5×13) বর্গ একক

= 282.744 বর্গ একক.

**(ii) ঘনবস্তুটির উচ্চতা কত?**

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটি লক্ষ্য করি,

এটি একটি কোণক, একটি বেলন ও একটি অর্ধগোলকের দ্বারা গঠিত। অর্থাৎ এই তিনটি আকৃতির উচ্চতার সমষ্টিই হলো ঘনবস্তুটির উচ্চতা।

চিত্র অনুসারে,

কোণকের উচ্চতা = 12 একক

বেলনের উচ্চতা = 5 একক

অর্ধগোলকের উচ্চতা = অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ = 5 একক

∵ঘনবস্তুটির উচ্চতা = (12+5+5) একক = 22 একক।

**(iii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটিতে তনটি তল আছে, (i) কোণকের বক্রতল, (ii) বেলনের বক্রতল ও (iii) অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতল।

∵ ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল

= πrl + 2πrh + 2πr2 বর্গ একক [সূত্র বসিয়ে]

[এখানে, π=3.1416; r =5 একক; কোণকের হেলানো উচ্চতা l = 13 {(i) নং থেকে}; বেলনের উচ্চতা h =5]

= (3.1416×5×13 + 2×3.1416×5×5 + 2×3.1416×52) বর্গ একক

= 518.364 বর্গ একক

**(iv) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

= কোণকটির আয়তন + বেলনটির আয়তন + অর্ধগোলকের আয়তন

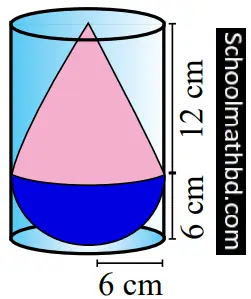
= (1/3πr2h1 +πr2h2+ 2/3πr2) ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]

[এখানে,π = 3.1416; r = 5 একক; কোণকের উচ্চতা h1=12 একক; বেলনের উচ্চতা h2 = 5 একক]

= (1/3×3.1416×52×12 +3.1416×52×5+ 2/3×3.1416×52) ঘন একক

= 759.22 ঘন একক

**১৪. চিত্রে একটি অর্ধগোলক ও কোণক একটি সিলিন্ডারের মধ্যে ঠিক বসে গেছে।**



**(i) কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

চিত্র হতে পাই,

কোণকের উচ্চতা h = 12 সেমি এবং ভূমির ব্যাসার্ধ r = 6 সেমি।

এখন, কোণকের হেলানো উচ্চতা l হলে,

l2 = h2+r2

বা, l2 = 122+62

বা, l2 = 180

বা, l = √180

∵ কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল

= πrl বর্গ একক

= 3.1416×6×√180 বর্গ সেমি

= 252.8939 বর্গ সেমি (প্রায়)

**(ii) অর্ধগোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল বের করো।**

সমাধানঃ

আমরা জানি,

অর্ধগোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল

= 2πr2 বর্গ একক [সূত্র বসিয়ে, যেখানে অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ r = 6 সেমি]

= 2×3.1416×62 বর্গ সেমি

= 226.1952 বর্গ সেমি।

**(iii) সিলিন্ডারের ফাঁকা অংশের আয়তন নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

সিলিন্ডারের আয়তন

= πr2h ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]

= 3.1416×62×(6+12) ঘন সেমি [চিত্র হতে মান বসিয়ে]

= 2035.7568 ঘন সেমি

কোণকের আয়তন

= 1/3 πr2h ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]

= 1/3×3.1416×62×12 ঘন সেমি [চিত্র হতে মান বসিয়ে]

= 452.3904 ঘন সেমি

অর্ধগোলকের আয়তন

= 2/3πr3 ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]

= 2/3×3.1416×63 ঘন সেমি

= 452.3904 ঘন সেমি

∵ সিলিন্ডারের ফাঁকা অংশের আয়তন

= সিলিন্ডারের আয়তন - কোণকের আয়তন - অর্ধগোলকের আয়তন

= 2035.7568 ঘন সেমি - 452.3904 ঘন সেমি - 452.3904 ঘন সেমি

= 1130.976 ঘন সেমি

**(iv) অর্ধগোলক, কোণক ও সিলিন্ডারের আয়তনের অনুপাত কত?**

সমাধানঃ

অর্ধগোলকের আয়তন : কোণকের আয়তন : সিলিন্ডারের আয়তন

= 452.3904 : 452.3904 : 2035.7568 [(ii) নং হতে মান বসিয়ে]

= 1 : 1 : 4.5 [452.3904 দ্বারা ভাগ করে]

= 2 : 2 : 9 [2 দ্বারা গুণ করে]

**বিস্তার পরিমাপ**

এই অধ্যায়ের নাম বিস্তার পরিমাপ যেখানে আমরা নানান বিষয়ে ধারণা পাব। যেমনঃ অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত উপাত্তের পরিসর নির্ণয়; গাণিতিক গড় ও মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়; পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়, ভেদঙ্ক নির্ণয় ও পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়। এই অংশে আমরা বিস্তার পরিমাপ এর অনুশীলনীর ১-৫ পর্যন্ত সমাধান দিয়েছি। বাকী অংশ পরের পোস্টে দেয়া হয়েছে।

**অনুশীলনী-১০ (১ম অংশ)**

**১. নিচের তথ্যরাশির পরিসর নির্ণয় করো।**

**ক) 14, 3, 19, 17, 4, 9, 16, 19, 22, 15, 18, 17, 12, 8, 16, 11, 3, 11, 0, 15**

সমাধানঃ

তথ্যরাশির সর্বোচ্চ মান = 22 এবং সর্বনিন্ম মান = 0

∵ পরিসর

= (সর্বোচ্চ মান – সর্বনিন্ম মান)

= (22-0)

= 22

**খ) 48, 70, 58, 40, 43, 55, 63, 46, 56, 44**

সমাধানঃ

তথ্যরাশির সর্বোচ্চ মান = 70 এবং সর্বনিন্ম মান = 40

∵ পরিসর

= (সর্বোচ্চ মান – সর্বনিন্ম মান)

= (70-40)

= 30

**গ)**

|  |  |
| --- | --- |
| উচ্চতা (সেমি) | গণসংখ্যা |
| 95-105 | 8 |
| 105-115 | 12 |
| 115-125 | 28 |
| 125-135 | 30 |
| 135-145 | 15 |
| 145-155 | 7 |

সমাধানঃ

এখানে, সর্বশের্বষ শ্রেণির উচ্চসীম = 155 ও প্রথম শ্রেণির নিম্নসীমা = 95

∵ পরিসর

= 155 – 95

= 60

**২। নিচের তথ্যরাশির গাণিতিক গড় ও মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয় করো।**

**ক) 8, 15, 53, 49, 19, 62, 7, 15, 95, 77**

সমাধানঃ

**গাণিতিক গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়:**

গাণিতিক গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Xi (তথ্যরাশির মান) | X̅ (গাণিতিক গড়) | |xi- X̅| |
| 8 | = ∑xi/n = 400/10 = 40 এখানে, n = তথ্যরাশির মানের সংখ্যা ∑xi = তথ্যরাশির মানগুলোর যোগফল | 32 |
| 15 | 25 |
| 53 | 13 |
| 49 | 9 |
| 19 | 21 |
| 62 | 22 |
| 7 | 33 |
| 15 | 25 |
| 95 | 55 |
| 77 | 37 |
| n=10; ∑xi = 400 |  | ∑|xi- X̅| = 272 |

এখন, অবিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে,

গড় ব্যবধান, M.D(X̅)

   ∑|xi- X̅|

= ---------

       n

= 272/10

= 27.2

**মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়:**

প্রদত্ত তথ্যরাশিকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

7, 8, 15, 15, 19, 49, 53, 62, 77, 95

∵ মধ্যক Me= (19+49) ÷ 2 = 34

মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Xi (তথ্যরাশির মান) | Me (মধ্যক) | |xi- Me| |
| 8 | 34 | 26 |
| 15 | 19 |
| 53 | 19 |
| 49 | 15 |
| 19 | 15 |
| 62 | 28 |
| 7 | 27 |
| 15 | 19 |
| 95 | 61 |
| 77 | 43 |
| n=10 | ∑|xi- Me| = 272 |

এখন, অবিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে,

গড় ব্যবধান, M.D(Me)

   ∑|xi- Me|

= ----------

       n

= 272/10

= 27.2

**খ) 10, 15, 54, 59, 19, 62, 98, 8, 25, 95, 77, 46, 36**

সমাধানঃ

গাণিতিক গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়:

গাণিতিক গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Xi (তথ্যরাশির মান) | X̅ (গাণিতিক গড়) | |xi- X̅| |
| 10 | = ∑xi/n  = 604/13  = 46.46 (প্রায়)  এখানে,  n = তথ্যরাশির মানের সংখ্যা  ∑xi = তথ্যরাশির মানগুলোর যোগফল | 36.46 |
| 15 | 31.46 |
| 54 | 7.54 |
| 59 | 12.54 |
| 19 | 27.46 |
| 62 | 15.54 |
| 98 | 51.54 |
| 8 | 38.46 |
| 25 | 21.46 |
| 95 | 48.54 |
| 77 | 30.54 |
| 46 | 0.46 |
| 36 | 10.46 |
| n=13; ∑xi = 604 | ∑|xi- X̅| = 332.46 |

এখন, অবিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে,

গড় ব্যবধান, M.D(X̅)

    ∑|xi- X̅|

= ----------

       n

= 332.46/13

= 25.57 (প্রায়)

**মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়:**

প্রদত্ত তথ্যরাশিকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

8, 10, 15, 19, 25, 36, 46, 54, 59, 62, 77, 95, 98

∵ মধ্যক Me= 46

মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Xi (তথ্যরাশির মান) | Me (মধ্যক) | |xi- Me| |
| 10 | 46 | 36 |
| 15 | 31 |
| 54 | 8 |
| 59 | 13 |
| 19 | 27 |
| 62 | 16 |
| 98 | 52 |
| 8 | 38 |
| 25 | 21 |
| 95 | 49 |
| 77 | 31 |
| 46 | 0 |
| 36 | 10 |
| n=13 | ∑|xi- Me| = 332 |

এখন, অবিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে,

গড় ব্যবধান, M.D(Me)

    ∑|xi- Me|

= -----------

       n

= 332/13

= 25.5384615

**৩। প্রদত্ত উপাত্তের গাণিতিক গড় ও মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয় করো।**

|  |  |
| --- | --- |
| x | f |
| 60 | 2 |
| 61 | 0 |
| 62 | 15 |
| 63 | 30 |
| 64 | 25 |
| 65 | 12 |
| 66 | 11 |
| 67 | 5 |

সমাধানঃ

গাণিতিক গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করি।

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | f | fx | |x-X̅| | f|x- X̅| |
| 60 | 2 | 120 | 3.81 | 7.62 |
| 61 | 0 | 0 | 2.81 | 0 |
| 62 | 15 | 930 | 1.81 | 27.15 |
| 63 | 30 | 1890 | 0.81 | 24.3 |
| 64 | 25 | 1600 | 0.19 | 4.75 |
| 65 | 12 | 780 | 1.19 | 14.28 |
| 66 | 11 | 726 | 2.19 | 24.09 |
| 67 | 5 | 335 | 3.19 | 15.95 |
|  | n=100 | ∑fx = 6381; X̅ = ∑fx/n = 6381/100 = 63.81 |  | ∑f|x- X̅| = 118.14 |

∵ গড় ব্যবধান, M.D(X̅)

    ∑f|xi- X̅|

= -----------

       n

= 118.14/100

= 1.1814

আবার,

মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করি।

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | f | f এর ক্রমযোজিত মান | |x-Me| | f|x- Me| |
| 60 | 2 | 2 | 4 | 8 |
| 61 | 0 | 2 | 3 | 0 |
| 62 | 15 | 17 | 2 | 30 |
| 63 | 30 | 47 | 1 | 30 |
| 64 | 25 | 72 | 0 | 0 |
| 65 | 12 | 84 | 1 | 12 |
| 66 | 11 | 95 | 2 | 22 |
| 67 | 5 | 100 | 3 | 15 |
|  | n=100; n/2 = 50; n/2 + 1= 51 | ∵ 48 -72 তম পদ 64; ∵ 50 ও 52 তম পদ 64; ∵ Me = (64 + 64) ÷ 2 = 64 |  | ∑f|x- Me| = 117 |

∵ গড় ব্যবধান, M.D(Me)

   ∑f|xi- Me|

= -----------

       n

= 117/100

= 1.17

**৪। প্রতিদিন রিক্সায় স্কুলে আসা যাওয়া বাবদ সবুজ ও মৌলির যথাক্রমে 50 ও 80 টাকা খরচ হয়।**

**ক) সবুজ ও মৌলির খরচের পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

সবুজ ও মৌলির খরচ যথাকরমে 50 ও 80 টাকা।

এই তথ্য থেকে নিচের সারণিটি তৈরি করিঃ

|  |  |
| --- | --- |
| x | x2 |
| 50 | 2500 |
| 80 | 6400 |
| ∑x = 130 | ∑x2 = 8900 |

এখন,

ভেদাঙ্ক, σ2

= (∑x2/n) – (∑x/n)2

= (8900/2) – (130/2)2

= 4450 – 4225

= 225

∵ পরিমিত ব্যবধান, σ = √(σ2) = √225 = 15

**খ) দেখাও যে, উপাত্ত দুটির গড় ব্যবধান পরিসরের অর্ধেক।**

সমাধানঃ

গাণিতিক গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Xi | X̅ | |xi- X̅| |
| 50 | = ∑xi/n = 130/2 = 65 | 15 |
| 80 | 15 |
| n=2; ∑xi = 130 |  | ∑|xi- X̅| = 30 |

এখন, অবিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে,

গড় ব্যবধান, M.D(X̅)

    ∑|xi- X̅|

= -----------

       n

= 30/2

= 15

এবং,

পরিসর = 80 – 50 = 30

∵ উপাত্ত দুটির গড় ব্যবধান পরিসরের অর্ধেক [দেখানো হলো]

**৫। থানা স্বাস্থ্য কেন্দ্রের বহির্বিভাগ চিকিৎসাসেবা নিতে আসা কোনো এক দিনের রোগীর সংখ্যার তথ্য নিম্নরূপ:**

|  |  |
| --- | --- |
| বয়স | রোগীর সংখ্যা |
| 0-15 | 15 |
| 15-30 | 4 |
| 30-45 | 5 |
| 45-60 | 9 |
| 60-75 | 7 |
| 75-90 | 10 |

**ক) ভেদাঙ্কের মান কখন সর্বনিম্ন হয়? ব্যাখ্যা করো।**

সমাধানঃ

xi এর মানগুলো যখন তাদের গাণিতিক গড় X̅ এর অধিক নিকটবর্তী হয় তখন ভেদাঙ্কের মান সর্বনিন্ম হয়।

ব্যখ্যাঃ

ভেদাঙ্ক নির্ণয়ে ∑(xi - X̅)2 কে আমরা তুলনা করে উপরোক্ত তথ্যের সত্যতা ব্যাখ্যা করতে পারি। কারণ এখানে xi ও  X̅ এর মান যত কাছাকাছি হবে xi - X̅ বা ∑(xi - X̅)2 এর মানও ততো ছোট হবে।

**খ) উপাত্তের গড় ব্যবধান ও পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করে তুলনা করো।**

সমাধানঃ

গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| শ্রেণি | f | শ্রেণি মধ্যমান x | fx | |x- X̅| | f|x- X̅| |
| 0-15 | 15 | 7.5 | 112.5 | 35.7 | 535.5 |
| 15-30 | 4 | 22.5 | 90 | 20.7 | 82.8 |
| 30-45 | 5 | 37.5 | 187.5 | 5.7 | 28.5 |
| 45-60 | 9 | 52.5 | 472.5 | 9.3 | 83.7 |
| 60-75 | 7 | 67.5 | 472.5 | 24.3 | 170.1 |
| 75-90 | 10 | 82.5 | 825 | 39.3 | 393 |
|  | n = 50 |  | ∑fx = 2160 ∵ X̅ = 2160/50 = 43.2 |  | ∑f|x- X̅| = 1293.6 |

∵ গড় ব্যবধান, M.D(X̅)

    ∑f|xi- X̅|

= -----------

       n

= 1293.6/50

= 25.872

পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| শ্রেণি | f | শ্রেণি মধ্যমান x | d = (x-a)/h | fd | fd2 |
| 0-15 | 15 | 7.5 | -2 | -30 | 45 |
| 15-30 | 4 | 22.5 | -1 | -4 | 4 |
| 30-45 | 5 | 37.5 = a | 0 | 0 | 0 |
| 45-60 | 9 | 52.5 | 1 | 9 | 9 |
| 60-75 | 7 | 67.5 | 2 | 14 | 28 |
| 75-90 | 10 | 82.5 | 3 | 30 | 90 |
|  | n = 50 |  |  | ∑fd = 19 | ∑fd2 = 176 |

∴ ভেদাঙ্ক, σ2

= {(∑fd2/n) – (∑fdx/n)2} × h2

= {(176/50) – (19/50)2}× 152

= (3.52 – 0.1444)×152

= 759.51

∵ পরিমিত ব্যবধান, σ = √(σ2) = √759.51 = 27.559 (প্রায়)

**৬। নিচের গণসংখ্যা নিবেশন সারণির গাণিতিক গড় 33.2 । গাণিতিক গড় নির্ণয় করে p এর মান নির্ণয় করো।**

|  |  |
| --- | --- |
| শ্রেণি ব্যাপ্তি | গণসংখ্যা |
| 0-10 | 8 |
| 10-20 | 12 |
| 20-30 | **P** |
| 30-40 | 30 |
| 40-50 | 15 |
| 50-60 | 10 |
| 60-70 | 5 |

সমাধানঃ

গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| শ্রেণি ব্যাপ্তি | শ্রেণির মধ্যবিন্দু Xi | fi | Ui = (xi-a)/h | fiui |
| 0-10 | 5 | 8 | -2 | -16 |
| 10-20 | 15 | 12 | -1 | -12 |
| 20-30 | 25 = a | **P** | 0 | 0 |
| 30-40 | 35 | 30 | 1 | 30 |
| 40-50 | 45 | 15 | 2 | 30 |
| 50-60 | 55 | 10 | 3 | 30 |
| 60-70 | 65 | 5 | 4 | 20 |
| h = 10 |  | n = p+80 |  | ∑fiui = 82 |

∵ গাণিতিক গড়, X̅

= a + (∑fiui/n) × h

              82

= 25 + -------- × 10

            P+80

             820

= 25 + --------

            P+80

    25p+2000+820

= -------------------

            P+80

= (25p+2820)/(P+80)

শর্তমতে,

X̅ = 33.2

বা, (25p+2820)/(P+80) = 33.2

বা, 25p+2820 = 33.2(p+80)

বা, 25p+2820 = 33.2p+2656

বা, 25p-33.2p = 2656-2820

বা, -8.2p = -164

বা, p = 20

[বিদ্রঃ পাঠ্যবইয়ে এই প্রশ্নে গাণিতিক গড় ব্যবধান 33.2 বলা হয়েছে, কিন্তু পাঠ্যবইয়ের আলোচনার ক্ষেত্রে গড় ব্যবধানকে কখনো গাণিতিক গড় ব্যবধান বলা হয় নাই, আর এই ক্ষেত্রে আমাদের কাছে এই প্রশ্নটাকে কমপ্লিকেটেড মনে হয়েছে, তাই আমরা গাণিতিক গড় ধরে আমাদের মত করে সমাধান করেছি, তোমাদের মতামত জানিও-আমরা আরও যাচাই করব ভবিষ্যতে।]

**৭। নিপার একটি ফুলের বাগান আছে। বাগানটিতে 60টি বিভিন্ন জাতের ফুল গাছ আছে। গাছগুলোর উচ্চতার (সেন্টিমিটিারে) মধ্যক 28.5 ।**

|  |  |
| --- | --- |
| উচ্চতা (সেমি) | গাছের সংখ্যা |
| 0-10 | 5 |
| 10-20 | **x** |
| 20-30 | 20 |
| 30-40 | 15 |
| 40-50 | **y** |
| 50-60 | 5 |

**ক) x ও y এর মান নির্ণয় করে সারণিটি পূরণ করো।**

সমাধানঃ

এখানে, n = গাছের সংখ্যার সমষ্টি = 5+y+15+20+x+5 = x+y+45

আবার, দেওয়া আছে n = 60.

∵ x+y+45 = 60

বা, x+y = 60-45

বা, x+y = 15 …… (i)

আবার, দেওয়া আছে,

মধ্যক Me = 28.5 যা নির্দেশ করে এই মান উচ্চতা শ্রেণি 20-30 এ বয়েছে।

তাহলে, এখানে,

20-30 শ্রেণির নিন্মসীমা, L = 20;

n/2 = 30;

20-30 এর পূর্বের শ্রেণির ক্রমজোজিত গাছের সংখ্যা, Fc = 5+x;

শ্রেণি ব্যবধান, h = 10;

20-30 শ্রেণিতে গাছের সংখ্যা, fm = 20

∵ Me= L + (n/2 – Fc) × h/fm

বা, 28.5 = 20 + (30-5-x) × 10/20

বা, 28.5 = 20 + (25-x) × 1/2

বা, (25-x) × 1/2 = 28.5-20

বা, (25-x) × 1/2 = 8.5

বা, (25-x) = 17

বা, -x = 17-25

বা, -x = -8

বা, x = 8

এখন, x=8, (i) নং এ বসিয়ে পাই,

8+y = 15

বা, y = 15-8 = 7

∵ x ও y এর মান নির্ণয় পূর্বক সারণিটি নিন্মরুপঃ

|  |  |
| --- | --- |
| উচ্চতা (সেমি) | গাছের সংখ্যা |
| 0-10 | 5 |
| 10-20 | **8** |
| 20-30 | 20 |
| 30-40 | 15 |
| 40-50 | **7** |
| 50-60 | 5 |

**খ) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাছগুলোর উচ্চতার গড় নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের জন্য নিচের সারণিটি প্রস্তুত করিঃ

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| উচ্চতা (সেমি) | xi | fi | ui = (xi-a)/h | fiui |
| 0-10 | 5 | 5 | -3 | -15 |
| 10-20 | 15 | 8 | -2 | -16 |
| 20-30 | 25 | 20 | -1 | -20 |
| 30-40 | 35 = a | 15 | 0 | 0 |
| 40-50 | 45 | 7 | 1 | 7 |
| 50-60 | 55 | 5 | 2 | 10 |
| h=10 |  | n=60 |  | ∑fiui = -34 |

∵ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাছগুলোর উচ্চতার গড়

= a + (∑fiui/n) × h

= 35 + (-34/60)×10

= 35 – 5.67

= 29.33 (প্রায়)

**গ) গাছগুলোর উচ্চতার মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

দেওয়া আছে, গাছগুলোর উচ্চতার মধ্যক, Me = 28.5

মধ্যক থেকে গড় ব্য্যবধান নির্ণয়ের জন্য নিচের সারণিটি তৈরি করিঃ

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| উচ্চতা (সেমি) | xi | fi | |xi – Me| | fi|xi – Me| |
| 0-10 | 5 | 5 | 23.5 | 117.5 |
| 10-20 | 15 | 8 | 13.5 | 108 |
| 20-30 | 25 | 20 | 3.5 | 70 |
| 30-40 | 35 | 15 | 6.5 | 97.5 |
| 40-50 | 45 | 7 | 16.5 | 115.5 |
| 50-60 | 55 | 5 | 26.5 | 132.5 |
| h=10 |  | n=60 |  | ∑fi|xi – Me| = 641 |

∵ মধ্যক হতে নির্ণিত গড় ব্যবধান

   ∑fi|xi – Me|

= ------------

          n

= 641/60

= 10.68 (প্রায়)

**ঘ) গাছগুলোর উচ্চতার গড় থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

খ থেকে পাই, গাছগুলোর উচ্চতার গড়, X̅ = 29.33

উচ্চতার গড় থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য নিচের সারণি তৈরি করিঃ

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| উচ্চতা (সেমি) | xi | fi | (xi- X̅)2 | fi(xi- X̅)2 |
| 0-10 | 5 | 5 | 591.9489 | 2959.745 |
| 10-20 | 15 | 8 | 205.3489 | 1642.791 |
| 20-30 | 25 | 20 | 18.7489 | 374.978 |
| 30-40 | 35 | 15 | 32.1489 | 482.2335 |
| 40-50 | 45 | 7 | 245.5489 | 1718.842 |
| 50-60 | 55 | 5 | 658.9489 | 3294.745 |
| h=10 |  | n=60 |  | ∑fi(xi- X̅)2 = 10473.33 |

∴ ভেদাঙ্ক, σ2

   ∑fi(xi- X̅)2

= ---------

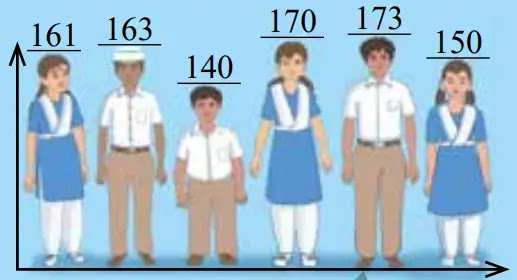
      n

= 10473.33/60

= 174.5555

∴ পরিমিত ব্যবধান, σ = √σ2 = √174.5555 = 13.2119 (প্রায়)

**৮. পাশের ছবিটি লক্ষ করো। ছবিতে ছয় জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা সেন্টিমিটারে দেওয়া আছে।**



**শিক্ষার্থীদের উচ্চতার –**

**ক) গড় ও মধ্যক নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

ছবি হতে প্রাপ্ত ছয় জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা যথাক্রমেঃ 161, 163, 140, 170, 173, 150

∴ উচ্চতার গড়

  উচ্চতাগুলোর যোগফল

= ----------------------

      শিক্ষার্থীর সংখ্যা

161+163+140+170+173+150

= ------------------------------

                    6

= 957/6

= 159.5 সেমি

আবার,

উচ্চতাগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

140, 150, 161, 163,170, 173

∴ উচ্চতার মধ্যক

  161+163

= ----------

        2

= 162

**খ) গড় ও মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

ক হতে পাই, গড়, X̅ = 159.5

গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি তৈরি করিঃ

|  |  |
| --- | --- |
| xi | |xi- X̅| |
| 161 | 1.5 |
| 163 | 3.5 |
| 140 | 19.5 |
| 170 | 10.5 |
| 173 | 13.5 |
| 150 | 9.5 |
| n=6 | ∑|xi- X̅| = 58 |

∴ গড় ব্যবধান, MD(X̅)

   ∑|xi- X̅|

= ----------

       n

= 58/6

= 9.667 (প্রায়)

আবার,

ক হতে পাই, মধ্যক, Me = 162

মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি তৈরি করিঃ

|  |  |
| --- | --- |
| xi | |xi- Me| |
| 161 | 1 |
| 163 | 1 |
| 140 | 22 |
| 170 | 8 |
| 173 | 11 |
| 150 | 12 |
| n=6 | ∑|xi- Me| = 55 |

∴ গড় ব্যবধান, MD(Me)

   ∑|xi– Me|

= -----------

       n

= 55/6

= 9.167 (প্রায়)

**গ) গড় ও মধ্যক থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

ক হতে পাই, গড়, X̅ = 159.5

গড় হতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ে সারণি তৈরি করিঃ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| xi | xi- X̅ | (xi- X̅)2 |
| 161 | 1.5 | 2.25 |
| 163 | 3.5 | 12.25 |
| 140 | -19.5 | 380.25 |
| 170 | 10.5 | 110.25 |
| 173 | 13.5 | 182.25 |
| 150 | -9.5 | 90.25 |
| n=6 |  | ∑(xi- X̅)2 = 777.5 |

∴ ভেদাঙ্ক, σ2

    ∑(xi- X̅)2

= ---------

       n

= 777.5/6

= 129.583333

∴ পরিমিত ব্যবধান, σ = √σ2 = √129.583333 = 11.3834 (প্রায়)

আবার,

ক হতে পাই, মধ্যক, Me = 162

মধ্যক হতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ে সারণি তৈরি করিঃ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| xi | xi- Me | (xi- Me)2 |
| 161 | -1 | 1 |
| 163 | 1 | 1 |
| 140 | -22 | 484 |
| 170 | 8 | 64 |
| 173 | 11 | 121 |
| 150 | -12 | 144 |
| n=6 |  | ∑(xi- Me)2 = 815 |

∴ ভেদাঙ্ক, σ2

    ∑(xi- Me)2

= ---------

       n

= 815/6

= 135.833333

∴ পরিমিত ব্যবধান, σ = √σ2 = √135.833333 = 11.6547 (প্রায়)

**৯। দশ সদস্যের একটি নমুনার গাণিতিক গড় ও পরিমিত ব্যবধান যথাক্রমে 9.5 এবং 2.5। পরে 15 মানের আরও একটি সদস্য নমুনায় অন্তর্ভুক্ত করা হলো। তাহলে, এগারো সদস্যবিশিষ্ট নমুনার গাণিতিক গড় ও পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

**এগারো সদস্যবিশিষ্ট নমুনার গাণিতিক গড় নির্ণয়ঃ**

দেওয়া আছে,

10 সদস্যের নমুনার গাণিতিক গড় = 9.5

∴ 10 সদস্যের নমুনার মানের সমষ্টি = 9.5×10 = 95

এখন, 15 মানের আরও এক সদস্যের নমুনা যোগ করলে, নমুনার মানের সমষ্টি হয় = 95+15 = 110

∴ 11 সদস্যের ক্ষেত্রে গাণতিক গড় = 110/11 = 10

**এগারো সদস্যবিশিষ্ট নমুনার পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ঃ**

দেওয়া আছে,

σ = 2.5

বা, σ2 = 6.25

10            10

বা, (1/n∑xi2) – (∑xi/n)2 = 6.25

             i=1          i=1

বা, 1/10(x12+x22+….+x102) – (95/10)2 = 6.25 [∴ 10 সদস্যের নমুনার মানের সমষ্টি = 9.5×10 = 95]

বা, 1/10(x12+x22+….+x102) – 90.25 = 6.25

বা, 1/10(x12+x22+….+x102) = 96.5

বা, (x12+x22+….+x102) = 965

বা, x12+x22+….+x102 + 152 = 965 + 152 [উভয়পক্ষে 152 যোগ করে]

বা, x12+x22+….+x102 + 152 = 1190

বা, x12+x22+….+x112 = 1190 [∴11 তম পদ 15]

আবার, 11টি নমুনার সমষ্টি = 95+15 = 110 [প্রথম অংশে দ্রষ্টব্য]

অর্থাৎ, x1+x2+….+x11 = 110

∴ এগারো সদস্যবিশিষ্ট নমুনার ভেদাংক

11            11

= (1/n∑xi2) – (∑xi/n)2

           i=1          i=1

= 1190/11 – (110/11)2

= 108.1818 – 100

= 8.1818 (প্রায়)

∴ এগারো সদস্যবিশিষ্ট নমুনার পরিমিত ব্যবধান

=√8.1818 = 2.86 (প্রায়)

**১০। 100 টি কোম্পানির বার্ষিক মুনাফার (কোটি টাকায়) তথ্য নিচে দেওয়া হলো:**

|  |  |
| --- | --- |
| মুনাফা (কোটি টাকায়) | কোম্পানির সংখ্যা |
| 0-10 | 7 |
| 10-20 | 12 |
| 20-30 | 22 |
| 30-40 | 30 |
| 40-50 | 20 |
| 50-60 | 9 |

**উপাত্তের গাণিতিক গড় হতে গড় ব্যবধান ও পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করো।**

সমাধানঃ

প্রদত্ত উপাত্ত হতে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করি।

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| মুনাফা (কোটি টাকায়) | xi | fi | ui = (xi-a)/h | fiui |
| 0-10 | 5 | 7 | -3 | -21 |
| 10-20 | 15 | 12 | -2 | -24 |
| 20-30 | 25 | 22 | -1 | -22 |
| 30-40 | 35 = a | 30 | 0 | 0 |
| 40-50 | 45 | 20 | 1 | 20 |
| 50-60 | 55 | 9 | 2 | 18 |
| h = 10 |  | n = 100 |  | ∑fiui = -29 |

∴ গাণিতিক গড়, X̅

= a + (∑fiui/n) × h

= 35 + (-29/100) × 10

= 35 – 2.9

= 32.1

**উপাত্তের গাণিতিক গড় হতে গড় ব্যবধান নির্ণয়ঃ**

এর জন্য নিচের সারণিটি প্রস্তুত করি যেখানে, X̅ = 32.1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| মুনাফা (কোটি টাকায়) | xi | fi | xi – X̅ | fi|xi – X̅| |
| 0-10 | 5 | 7 | -27.1 | 189.7 |
| 10-20 | 15 | 12 | -17.1 | 205.2 |
| 20-30 | 25 | 22 | -7.1 | 156.2 |
| 30-40 | 35 | 30 | 2.9 | 87 |
| 40-50 | 45 | 20 | 12.9 | 258 |
| 50-60 | 55 | 9 | 22.9 | 206.1 |
| h=10 |  | n = 100 |  | ∑fi|xi – X̅| = 1102.2 |

∴ গাণিতিক গড় হতে নির্ণীত গড় ব্যবধান

    ∑fi|xi – X̅|

= -----------

        n

= 1102.2/100

= 11.022

আবার,

**উপাত্তের গাণিতিক গড় হতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ঃ**

এর জন্য নিচের সারণিটি প্রস্তুত করি যেখানে, X̅ = 32.1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| মুনাফা (কোটি টাকায়) | xi | fi | (xi – X̅)2 | fi(xi – X̅)2 |
| 0-10 | 5 | 7 | 734.41 | 5140.87 |
| 10-20 | 15 | 12 | 292.41 | 3508.92 |
| 20-30 | 25 | 22 | 50.41 | 1109.02 |
| 30-40 | 35 | 30 | 8.41 | 252.3 |
| 40-50 | 45 | 20 | 166.41 | 3328.2 |
| 50-60 | 55 | 9 | 524.41 | 4719.69 |
| h=10 |  | n = 100 |  | ∑fi(xi – X̅)2= 18059 |

∴ σ2

    ∑fi(xi – X̅)2

= -----------

        n

= 18059/100

= 180.59

∴ গাণিতিক গড় হতে নির্ণীত পরিমিত ব্যবধান = √180.59 = 13.438 (প্রায়)